

PAU Comunidad Valenciana



MATEMÁTICAS CCSS



Junio 2024

Problema 6
Probabilidad

INTRODUCCIÓN

Si no has trabajado nunca con probabilidad, te recomiendo que veas y trabajes con mi curso de probabilidad básica y con los dos cursos de probabilidad más avanzados, donde explico el álgebra de conjuntos y los teoremas fundamentales de la probabilidad, teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes. Te dejo los códigos QR y los enlaces para que puedas acceder al vídeo correspondiente.



Teoría y ejercicios de probabilidad.

<https://youtu.be/1Dvh2QpL2pw>



Álgebra de conjuntos

https://youtu.be/Pu_6f73w3o8



Teoremas

<https://youtu.be/KS6VfQgGOCA>

Problema 6

Lanzamos un dado de 6 caras bien equilibrado. Si al lanzar el dado obtenemos un número mayor que 2, entonces lanzamos dos veces una moneda bien construida; pero si al lanzar el dado obtenemos un número menor o igual que 2, entonces lanzamos dos veces una moneda defectuosa en la que la probabilidad de obtener cara es tres veces mayor que la de obtener cruz.

- a) Si sabemos que en los dos lanzamientos de la moneda hemos obtenido dos caras, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos obtenido un número mayor que 2 al lanzar el dado?
- b) Calcula la probabilidad de la unión de los sucesos “obtener un número menor o igual que 2 al lanzar el dado” y “obtener al menos una cara en los dos lanzamientos de la moneda”.
- c) ¿Son independientes los sucesos “obtener un 6 al lanzar el dado” y “obtener dos cruces en los dos lanzamientos de la moneda”?

Primero asignamos una letra a cada suceso.

A= Sacar un número mayor que 2 en el dado

B= Sacar un número menor o igual que 2 en el dado

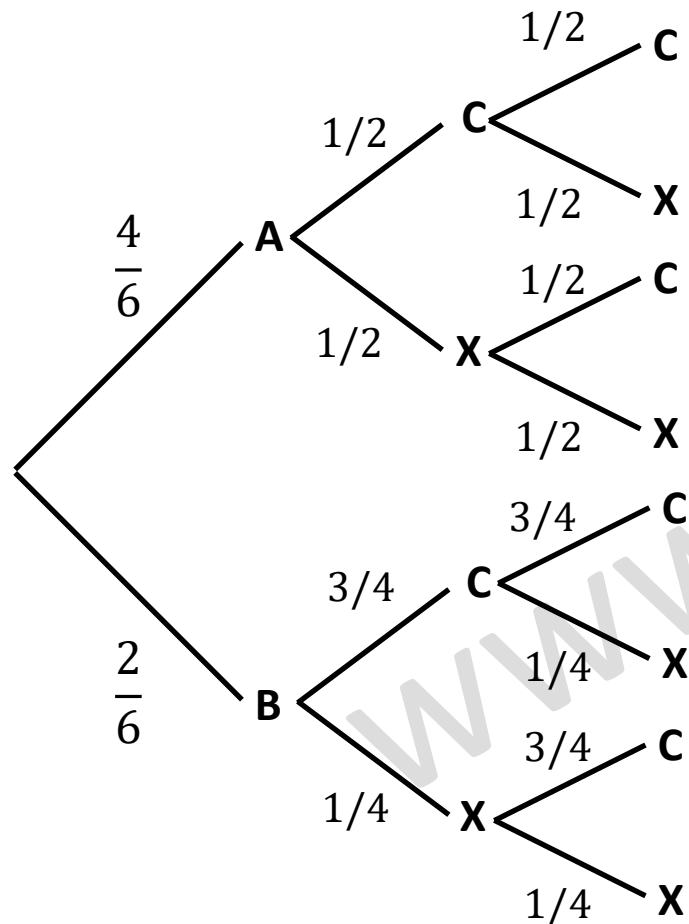
C= La moneda sale cara.

X= La moneda sale cruz.

Problema 6

a) Si sabemos que en los dos lanzamientos de la moneda hemos obtenido dos caras, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos obtenido un número mayor que 2 al lanzar el dado?

A partir del enunciado se representan todas las posibilidades mediante un diagrama de árbol. El valor de las probabilidades de la moneda trucada se explican en el audio. **Pon el audio del vídeo.**



Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(A/(C \cap C)) = \frac{P(A \cap (C \cap C))}{P(C \cap C)} = \frac{P(A) \cdot P((C \cap C)/A)}{P(A) \cdot P((C \cap C)/A) + P(B) \cdot P((C \cap C)/B)}$$

$$P(A/(C \cap C)) = \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{8}{17}$$

Si sabemos que en los dos lanzamientos de la moneda hemos obtenido dos caras, la probabilidad de que hayamos obtenido un número mayor que 2 al lanzar el dado es **8/17**.

Problema 6

b) Calcula la probabilidad de la unión de los sucesos “obtener un número menor o igual que 2 al lanzar el dado” y “obtener al menos una cara en los dos lanzamientos de la moneda”.

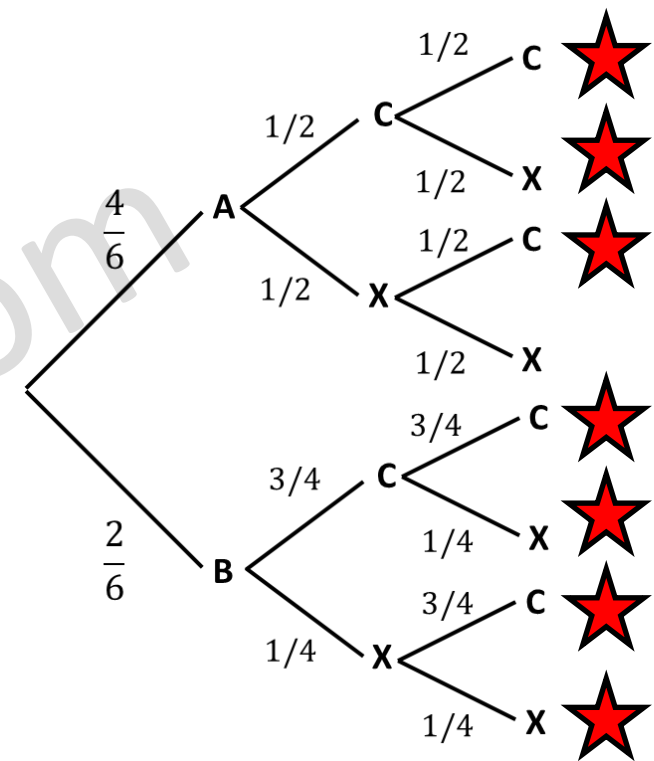
Señalamos en el diagrama de árbol la unión de los sucesos pedidos.

Se calcula la probabilidad de la unión de ambos sucesos. Para ello, es más fácil utilizar la probabilidad del suceso contrario.

Siendo D el suceso, obtener al menos una cara.

$$P(B \cup D) = 1 - P(A \cap X \cap X) = 1 - \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

La probabilidad de la unión de los sucesos “obtener un número menor o igual que 2 al lanzar el dado” y “obtener al menos una cara en los dos lanzamientos de la moneda” es **5/6**.



Problema 6

c) ¿Son independientes los sucesos “obtener un 6 al lanzar el dado” y “obtener dos cruces en los dos lanzamientos de la moneda”?

La probabilidad de obtener un 6 al lanzar el dado es: $P(6) = \frac{1}{6}$

La probabilidad de obtener dos cruces en los lanzamientos de la moneda es:

$$P(X \cap X) = P(A \cap X \cap X) + P(B \cap X \cap X) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{48} = \frac{9}{48} = \frac{3}{16}$$

Para que dos sucesos sean independientes deben cumplir que: $P(6 \cap (X \cap X)) = P(6) \cdot P(X \cap X)$

Debo calcular: $P(6 \cap (X \cap X)) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$

Como: $P(6 \cap (X \cap X)) \neq P(6) \cdot P(X \cap X)$ ya que $\frac{1}{24} \neq \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{16} \rightarrow \frac{1}{24} \neq \frac{1}{32}$

Los sucesos **NO** son independientes.

