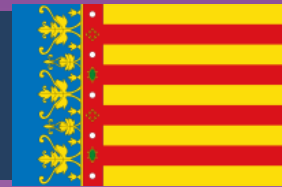




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS CC.SS

PROBLEMA 1B

JUNIO 2025-RESERVA

Programación lineal

© Ángel Cuesta Arza



PROBLEMA 1B

Un creador de contenido desea invertir en publicidad hasta 10 000 euros. Ha considerado dos empresas, A y B. La empresa de publicidad A es más agresiva, y garantiza un incremento anual en número de seguidores del 10% de lo que se invierte; la B es más tradicional y el incremento en número de seguidores que garantiza es del 7% de lo que se invierte. Así pues, el creador desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B y un máximo de 6.000 euros en la A, invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B.

- a) ¿Cuánto dinero tiene que asignar a cada empresa para que el incremento de seguidores sea máximo?
- b) ¿Cuál es dicho incremento de seguidores máximo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

x= cantidad invertida en la empresa A.
y= cantidad invertida en la empresa B

A partir del enunciado planteamos las restricciones:

"...desea invertir en publicidad hasta 10 000 euros" $\longrightarrow x + y \leq 10000$

"...desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B " $\longrightarrow y \geq 2000$

"...y un máximo de 6.000 euros en la A " $\longrightarrow x \leq 6000$

"...invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B" $\longrightarrow x \geq y$

Y la función objetivo:

"...publicidad A ... incremento anual del 10% de lo que se invierte; la B ... el incremento en número de seguidores es del 7% de lo que se invierte" $\longrightarrow z = 0,1x + 0,07y$

PROBLEMA 1B

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Maximizar: $z = 0,1x + 0,07y$

$$s. a. \begin{cases} x + y \leq 10000 \\ y \geq 2000 \\ x \leq 6000 \\ x \geq y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $x + y \leq 10000$

Expreso la recta: $x + y = 10000$

Se dan valores para representar:

x	y
0	10000
10000	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación **(0, 0)**

$0 + 0 \leq 10000 \rightarrow$ Si Cumple; $(0, 0) \in \{x + y \leq 10000\}$

(b) $x \geq y$

Expreso la recta: $x = y$

Se dan valores para representar:

x	y
0	0
10000	10000

Compruebo si (10000,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación **(10000, 0)**

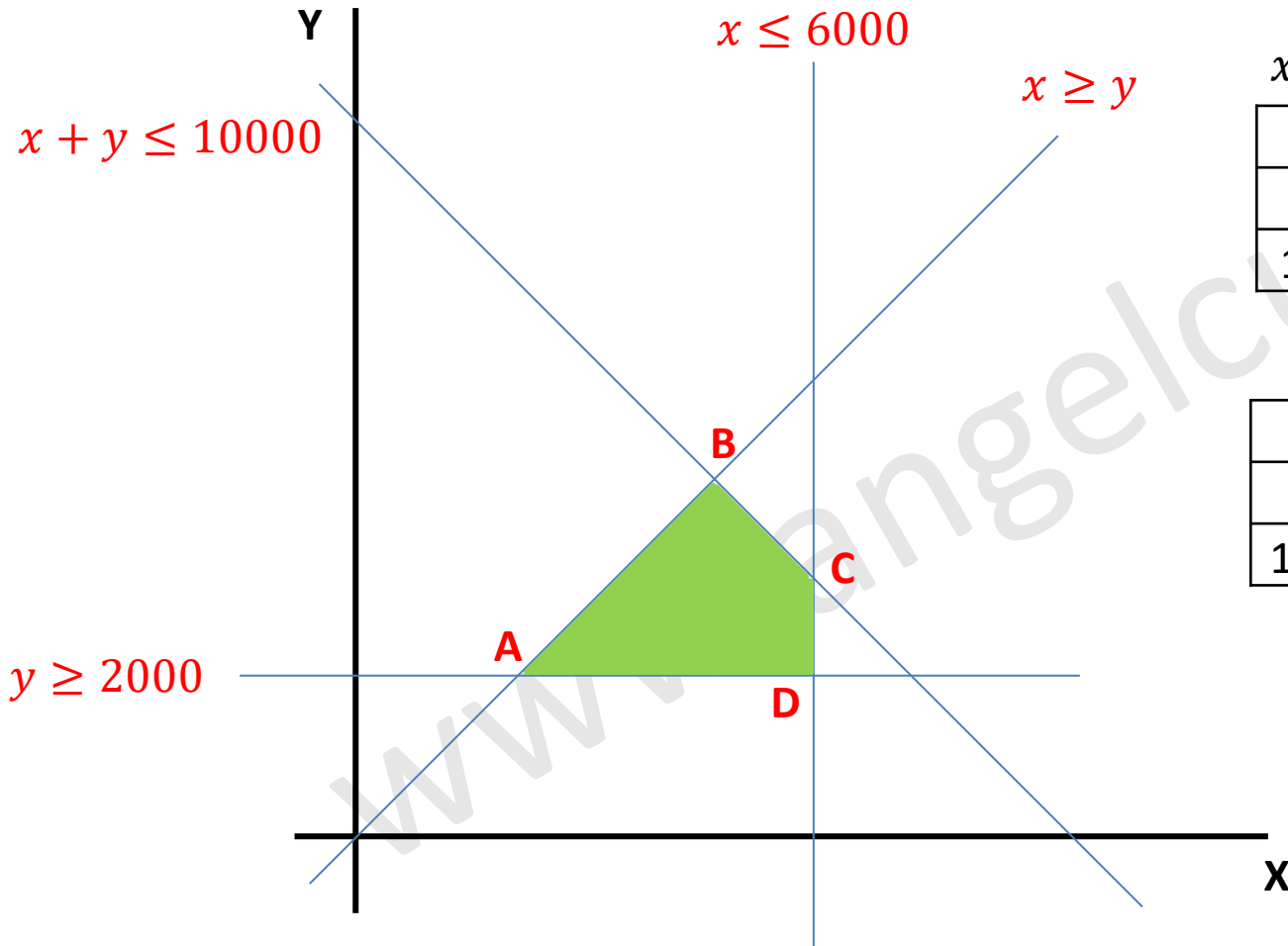
$10000 \geq 0 \rightarrow$ Si Cumple; $(10000, 0) \in \{x \geq y\}$

Las inecuaciones $y \geq 2000$ y $x \leq 6000$ se representan fácilmente, por eso no hace falta dar valores.

PROBLEMA 1B

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$s. a. \begin{cases} x + y \leq 10000 \\ y \geq 2000 \\ x \leq 6000 \\ x \geq y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$$x + y = 10000$$

x	y
0	10000
10000	0

$$0 + 0 \leq 10000; (0, 0) \in \{x + y \leq 10000\}$$

$$x = y$$

x	y
0	0
10000	10000

$$10000 \geq 0; (10000, 0) \in \{x \geq y\}$$

Tomamos el área común a todas las inecuaciones. Esa zona se llama REGIÓN FACTIBLE (verde)".

PROBLEMA 1B

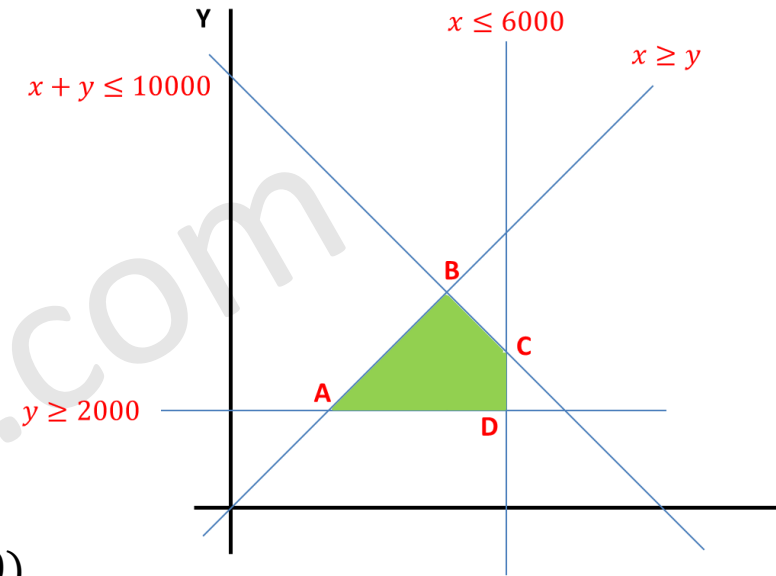
Para calcular las coordenadas de los vértices A,B, C y D, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices.

Vértice A: $\begin{cases} y = 2000 \\ x = y \end{cases}$ Las coordenadas del vértice A son: **A = (2000, 2000)**

Vértice B: $\begin{cases} x + y = 10000 \\ x = y \end{cases}$ Las coordenadas del vértice B son: **B = (5000, 5000)**

Vértice C: $\begin{cases} x = 6000 \\ x + y = 10000 \end{cases}$ Las coordenadas del vértice C son: **C = (6000, 4000)**

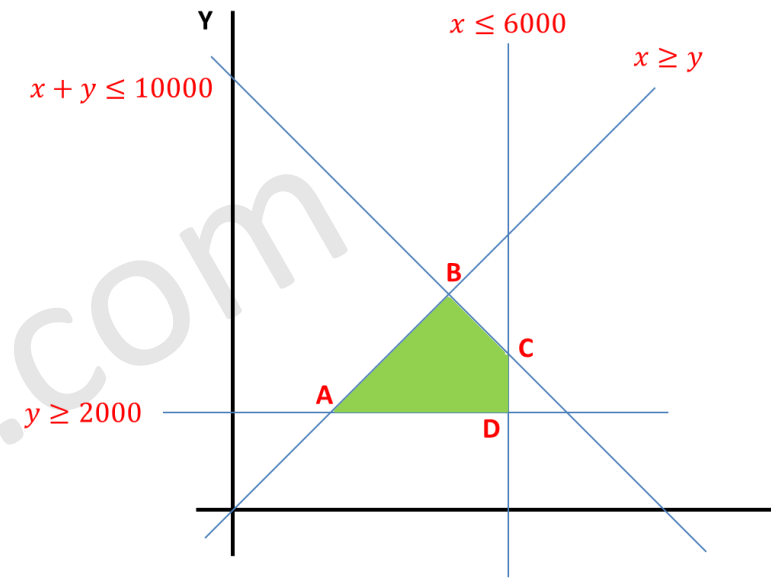
Vértice D: $\begin{cases} y = 2000 \\ x = 6000 \end{cases}$ Las coordenadas del vértice D son: **D = (6000, 2000)**



PROBLEMA 1B

El máximo de la función z , sometida a las restricciones del problema, se alcanzará en alguno de los vértices de la región factible. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 0,1x + 0,07y$
2000	2000	$0,1 \cdot 2000 + 0,07 \cdot 2000 = 340$
5000	5000	$0,1 \cdot 5000 + 0,07 \cdot 5000 = 850$
6000	4000	$0,1 \cdot 6000 + 0,07 \cdot 4000 = 880$
6000	2000	$0,1 \cdot 6000 + 0,07 \cdot 2000 = 740$



PROBLEMA 1B

Solución: La inversión óptima es asignar **6000 € a la empresa A** y **4000 € a la empresa B**, obteniéndose un incremento máximo de **880 seguidores**

x	y	$z = 0,1x + 0,07y$
2000	2000	$0,1 \cdot 2000 + 0,07 \cdot 2000 = 340$
5000	5000	$0,1 \cdot 5000 + 0,07 \cdot 5000 = 850$
6000	4000	$0,1 \cdot 6000 + 0,07 \cdot 4000 = 880$
6000	2000	$0,1 \cdot 6000 + 0,07 \cdot 2000 = 740$