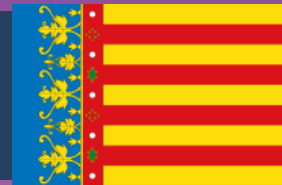




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2A

JUNIO 2025-RESERVA

Análisis de funciones



Problema 2. A. La temperatura, T , de un motor depende de las revoluciones, r , del mismo de forma que entre 0 y 100 revoluciones evoluciona siguiendo una tendencia lineal tal que: $T(r) = \frac{r}{4} + 25$. Sin embargo, a partir de 100 revoluciones la temperatura depende del cuadrado de las revoluciones, de forma que: $T(r) = Ar^2 + B$, siendo A y B números reales.

- a) Teniendo en cuenta que la función debe ser continua y que la derivada de $T(r)$ en $r=1.600$ vale 4, determina A y B . *(1,5 puntos)*
- b) ¿Existen máximos o mínimos para la temperatura en función de las revoluciones? Justifica la respuesta. *(1 punto)*
- c) Un operario utiliza el motor durante 30 minutos de forma que en el minuto m las revoluciones que tiene el motor vienen dadas por la expresión $r(m) = 5m - 0.15m^2$. Determina en qué minutos las revoluciones son máximas y mínimas, el valor de estas y el valor de la temperatura en esos momentos. *(1 punto)*

Problema 2. A. La temperatura, T , de un motor depende de las revoluciones, r , del mismo de forma que entre 0 y 100 revoluciones evoluciona siguiendo una tendencia lineal tal que: $T(r) = \frac{r}{4} + 25$. Sin embargo, a partir de 100 revoluciones la temperatura depende del cuadrado de las revoluciones, de forma que: $T(r) = Ar^2 + B$, siendo A y B números reales.

Se define la función a trozos a partir del enunciado.
$$T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ Ar^2 + B & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

a) Teniendo en cuenta que la función debe ser continua y que la derivada de $T(r)$ en $r=1.600$ vale 4, determina A y B . (1,5 puntos)

Se estudia la continuidad de $T(r)$ en $r = 100$

$$T(100) = \frac{100}{4} + 25 = 50$$

$$\lim_{r \rightarrow 100^-} T(r) = \lim_{r \rightarrow 100^-} \frac{r}{4} + 25 = 50$$

$$\lim_{r \rightarrow 100^+} T(r) = \lim_{r \rightarrow 100^+} Ar^2 + B = 10000A + B$$

$$\rightarrow \lim_{r \rightarrow 100^-} T(r) = \lim_{r \rightarrow 100^+} T(r) = 50 \rightarrow 10000A + B = 50$$

Problema 2A

a) Teniendo en cuenta que la función debe ser continua y que la derivada de $T(r)$ en $r=1.600$ vale 4, determina A y B .
(1,5 puntos)

$$T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ Ar^2 + B & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

Se calcula la derivada de la función

$$T'(r) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } 0 \leq r < 100 \\ 2Ar & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

$$10000A + B = 50$$

Se calcula $T'(1600)$ y se iguala a 4. $2A \cdot 1600 = 4 \rightarrow A = \frac{1}{800}$

Se calcula B : $10000A + B = 50 \rightarrow B = 50 - 10000A \rightarrow B = 50 - 10000 \cdot \frac{1}{800} = 37,5$

Los valores pedidos son: $A = \frac{1}{800}$ $B = 37,5$

Problema 2A

- b) ¿Existen máximos o mínimos para la temperatura en función de las revoluciones?
Justifica la respuesta. (1 punto)

Por simple inspección es fácil comprobar que la función derivada no se anula para ningún valor de r . Por otro lado, se observa que $T'(r) > 0 \forall r \in \mathcal{R}$. Por ello, el mínimo se alcanza en $r = 0$ y la función no alcanza un máximo.

$$T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ Ar^2 + B & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

$$T'(r) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } 0 \leq r < 100 \\ 2Ar & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

No existen máximos o mínimos relativos. Presenta un mínimo absoluto en $r = 0$ y no hay máximo.

El valor mínimo de la temperatura son 25°C. Se obtiene sustituyendo en la función. No se explica con más detalle ya que no se pide calcular este valor. Se comenta con fines pedagógicos.

- c) Un operario utiliza el motor durante 30 minutos de forma que en el minuto m las revoluciones que tiene el motor vienen dadas por la expresión $r(m) = 5m - 0.15m^2$. Determina en qué minutos las revoluciones son máximas y mínimas, el valor de estas y el valor de la temperatura en esos momentos.

(1 punto)

Puesto que la función propuesta es cuadrática y el coeficiente del término cuadrático es negativo. Ello nos permite afirmar que el máximo relativo se encontrará en el vértice de la parábola. Las mínimas revoluciones se alcanzarán en uno de los extremos del dominio de la función. El dominio de la función es: $0 \leq m \leq 30$.

Se deriva la función y se iguala a cero. $r'(m) = 5 - 0,3m \rightarrow 5 - 0,3m = 0 \rightarrow m = \frac{50}{3} \text{ min} = 1000 \text{ s}$

El máximo de revoluciones se alcanza a los **1000 s**.

El número de revoluciones máximo se obtiene sustituyendo en la función.

$$r\left(\frac{50}{3}\right) = 5 \cdot \left(\frac{50}{3}\right) - 0,15 \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2 = \frac{125}{3} \approx 41,67 \text{ rev}$$

El máximo de revoluciones es **41,67**.

Se calcula la temperatura sustituyendo en el tramo lineal ya que $r_{max} \approx 41,67 < 100$.

$$T\left(\frac{125}{3}\right) = \frac{\frac{125}{3}}{4} + 25 = \frac{425}{12} \approx 35,42 \text{ °C}$$

La temperatura máxima es **35,42 °C**.

$$T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ Ar^2 + B & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

- c) Un operario utiliza el motor durante 30 minutos de forma que en el minuto m las revoluciones que tiene el motor vienen dadas por la expresión $r(m) = 5m - 0.15m^2$. Determina en qué minutos las revoluciones son máximas y mínimas, el valor de estas y el valor de la temperatura en esos momentos.

(1 punto)

$$T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ Ar^2 + B & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

El número mínimo de revoluciones se alcanzará en uno de los extremos del dominio: $m = 0$ o $m = 30$.

$$r(0) = 5 \cdot (0) - 0,15 \cdot (0)^2 = 0 \text{ rev} \quad r(30) = 5 \cdot (30) - 0,15 \cdot (30)^2 = 15 \text{ rev}$$

El mínimo de revoluciones se alcanza en el instante inicial, $m = 0$. En este caso el motor está parado y $r(0) = 0 \text{ rev}$.

Se calcula la temperatura mínima para $r(0) = 0 \text{ rev}$

$$T(0) = \frac{0}{4} + 25 = 25 \text{ °C}$$

La temperatura mínima es **25 °C**.