



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3

JUNIO 2025-RESERVA

Probabilidad

©Angel Cuesta Arza



Problema 3. Una prueba diagnóstica para detectar la artritis reumatoide da positiva en el 96% de los casos cuando se tiene la enfermedad, y da negativa en el 94% de los casos cuando no se tiene la enfermedad. Entre los habitantes de un cierto pueblo, se sabe que uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad sin saberlo. Se escoge al azar un habitante de este pueblo y se le aplica la prueba.

- a) Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa. *(1 punto)*
- b) Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide? *(1 punto)*
- c) Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto. *(1 punto)*

Primero asignamos una letra a cada suceso.

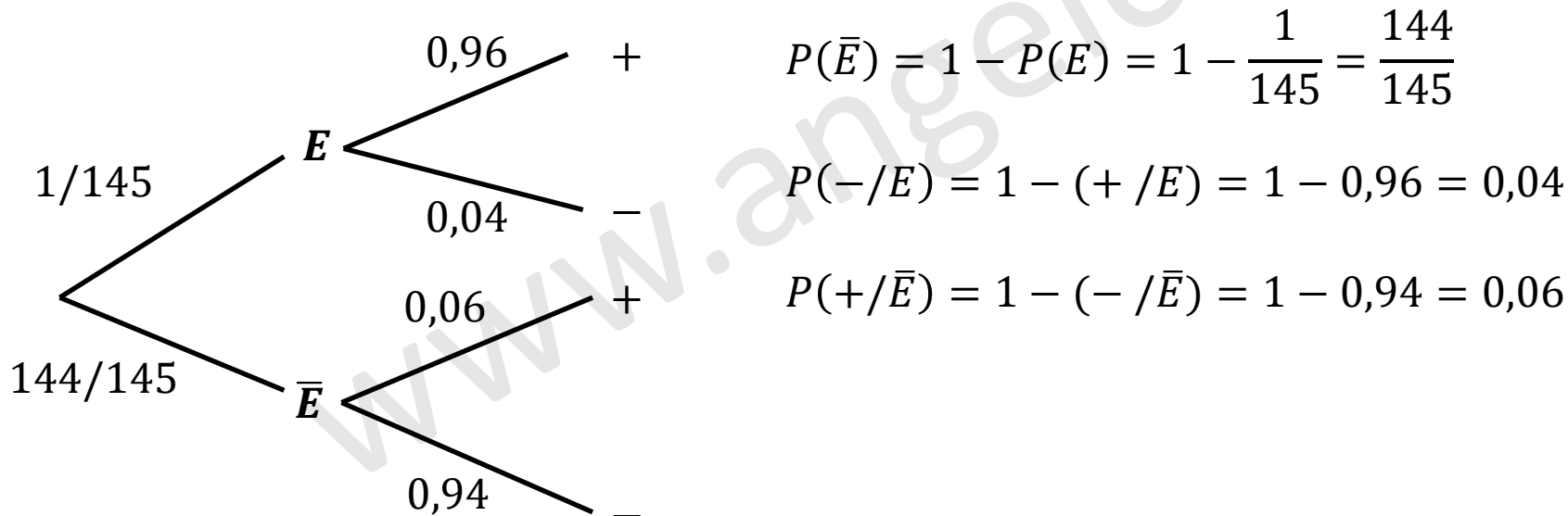
Tomamos datos del enunciado.

“uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad sin saberlo” $\rightarrow P(E) = 1/145$

“da positiva en el 96% de los casos cuando se tiene la enfermedad” $\rightarrow P(+ / E) = 0,96$

“y da negativa en el 94% de los casos cuando no se tiene la enfermedad” $\rightarrow P(- / \bar{E}) = 0,94$

A partir de estos datos, representaremos un diagrama de árbol que muestre todas las posibilidades.



Problema 3

- a) Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa.
(1 punto)

Se aplica el principio de multiplicación.

$$P(E \cap -) = P(E) \cdot P(-/E) = 1/145 \cdot 0,04 = \mathbf{2,7586 \cdot 10^{-4}}$$

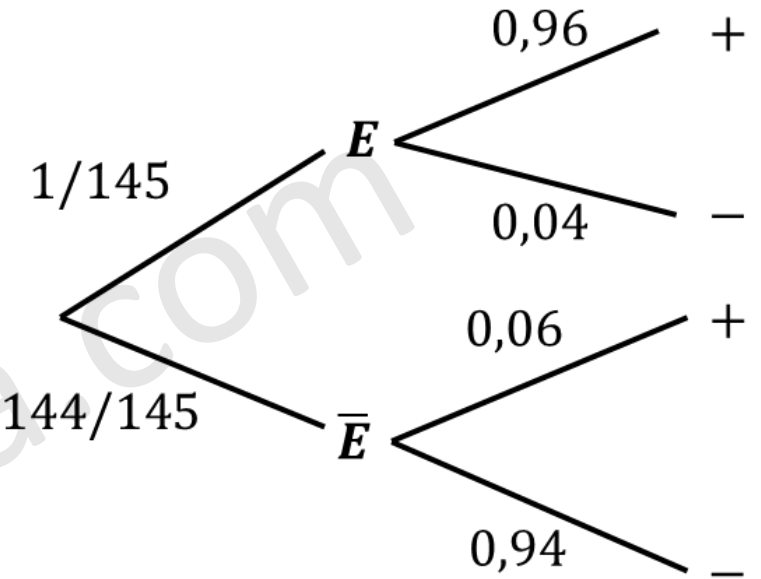
La probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa es $\mathbf{2,7586 \cdot 10^{-4}}$ ($\mathbf{0,0276\%}$)

- b) Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide?
(1 punto)

Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(E/+)=\frac{P(E \cap +)}{P(+)}=\frac{P(E) \cdot P(+/E)}{P(E) \cdot P(+/E)+P(\bar{E}) \cdot P(+/\bar{E})}=\frac{1/145 \cdot 0,96}{1/145 \cdot 0,96+144/145 \cdot 0,06}=\mathbf{0,1}$$

Si el resultado de la prueba ha dado positivo, la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide es $\mathbf{0,1}$ ($\mathbf{10\%}$).
Bastante bajo, por cierto.



Problema 3

c) Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto.

Se aplica el teorema de la probabilidad total.

$$P(E \cap +) + P(\bar{E} \cap -) = P(E) \cdot P(+/E) + P(\bar{E}) \cdot P(-/\bar{E}) = 1/145 \cdot 0,96 + 144/145 \cdot 0,94 = \mathbf{0,9401}$$

La probabilidad de que el test dé el resultado correcto es **0,9401 (94,01%)**.

