



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS CC.SS.

Problema 1 A
Junio 2025



Programación lineal

PROBLEMA 1A

Una empresa fabrica lotes de tres productos: P1, P2 y P3. La empresa tiene dos plantas de fabricación: A y B. En un día de funcionamiento, la planta A fabrica 1 lote del producto P1, 2 lotes del P2 y 1 lote del P3, mientras que la planta B fabrica 1 lote del producto P1, 1 del P2 y 5 del P3. Cada día de funcionamiento de la planta A cuesta 60 miles de euros y cada día de funcionamiento de la planta B cuesta 75 miles de euros. En los próximos días la empresa tiene que producir al menos 6 lotes del producto P1, al menos 8 lotes del producto P2 y al menos 10 lotes del producto P3.

- a) ¿Cuántos días ha de funcionar cada planta para que el coste de producción sea mínimo?
- b) ¿Cuál es dicho coste mínimo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.
Resumimos los datos del problema en una tabla.

x = número de días que debe funcionar la planta A.
 y = número de días que debe funcionar la planta B.

		Lote P1	Lote P2	Lote P3	Coste
Número de días que debe funcionar la planta A	x	x	$2x$	x	$60x$ (miles €)
Número de días que debe funcionar la planta B	y	y	y	$5y$	$75y$ (miles €)

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

PROBLEMA 1A

		Lote P1	Lote P2	Lote P3	Coste
Número de días que debe funcionar la planta A	x	x	$2x$	x	$60x$ (miles €)
Número de días que debe funcionar la planta B	y	y	y	$5y$	$75y$ (miles €)

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

$$\begin{array}{ll} \text{"...al menos 6 lotes del producto P1"} & \longrightarrow x + y \geq 6 \\ \text{"...al menos 8 lotes del producto P2"} & \longrightarrow 2x + y \geq 8 \\ \text{"...al menos 10 lotes del producto P3"} & \longrightarrow x + 5y \geq 10 \\ \text{"restricciones triviales"} & \longrightarrow x \geq 0; y \geq 0 \end{array}$$

La función objetivo está definida por coste: $z = 60x + 75y$ (en miles de euros)

PROBLEMA 1A

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Minimizar: $z = 75x + 60y$

$$\text{s. a.} \begin{cases} x + y \geq 6 \\ 2x + y \geq 8 \\ x + 5y \geq 10 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $x + y \geq 6$

Expreso la recta: $x + y = 6$

Se dan valores para representar:

x	y
0	6
6	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación (0,0)

$$0 + 0 \geq 6 \rightarrow \text{No Cumple; } (0,0) \notin \{x + y \geq 6\}$$

(b) $2x + y \geq 8$

Expreso la recta: $2x + y = 8$

Se dan valores para representar:

x	y
0	8
4	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación (0,0)

$$2 \cdot 0 + 0 \geq 8 \rightarrow \text{No Cumple; } (0,0) \notin \{2x + y \geq 8\}$$

(c) $x + 5y \geq 10$

Expreso la recta: $x + 5y = 10$

Se dan valores para representar:

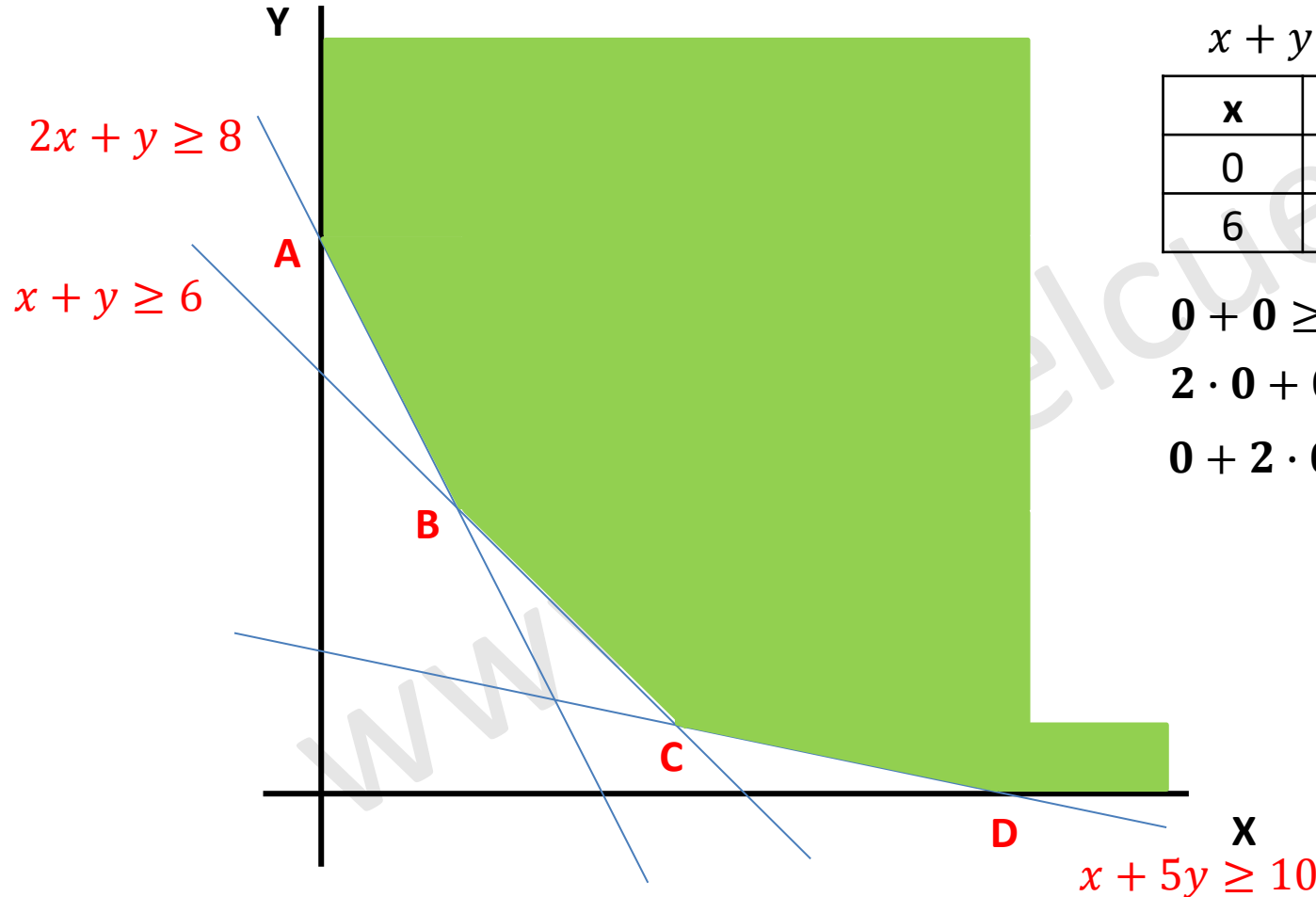
x	y
0	2
10	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación (0,0)

$$0 + 5 \cdot 0 \geq 10 \rightarrow \text{No Cumple; } (0,0) \notin \{x + 5y \geq 10\}$$

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$s. a. \begin{cases} x + y \geq 6 \\ 2x + y \geq 8 \\ x + 5y \geq 10 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$$x + y = 6$$

x	y
0	6
6	0

$$2x + y = 8$$

x	y
0	8
4	0

$$x + 5y = 10$$

x	y
0	2
10	0

$$0 + 0 \geq 6; (0, 0) \notin \{x + y \geq 6\}$$

$$2 \cdot 0 + 0 \geq 8; (0, 0) \notin \{2x + y \geq 8\}$$

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 100; (0, 0) \notin \{x + 5y \geq 10\}$$

PROBLEMA 1A

Para calcular las coordenadas de los vértices B y C, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A y D, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas (son los puntos de corte con los ejes).

Vértice B:
$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:
$$x = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2}{1} = 2 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{4}{1} = 4$$

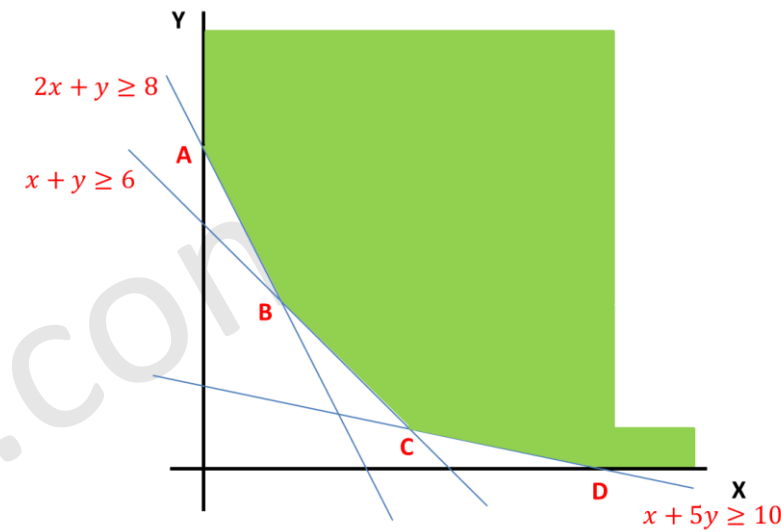
Las coordenadas del vértice B son: **B** = (2, 4)

Vértice C:
$$\begin{cases} x + 5y = 10 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:
$$x = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-20}{-4} = 5 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-4}{-4} = 1$$

Las coordenadas del vértice B son: **C** = (5, 1)

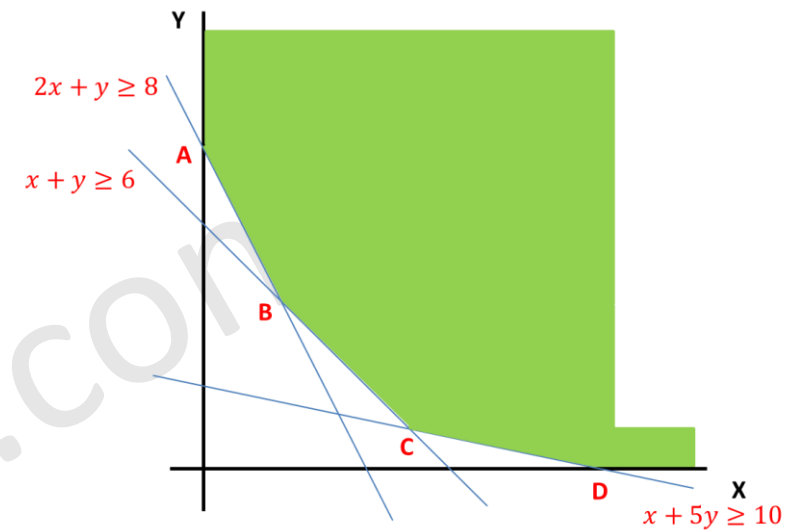
Las coordenadas del resto de vértices son: **A** = (0, 8); **D**(10, 0)



PROBLEMA 1A

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 60x + 75y$
0	8	$60 \cdot 0 + 75 \cdot 8 = 600$
2	4	$60 \cdot 2 + 75 \cdot 4 = 420$
5	1	$60 \cdot 5 + 75 \cdot 1 = 375$
10	0	$60 \cdot 10 + 75 \cdot 0 = 600$



PROBLEMA 1A

Solución: la planta A debe funcionar **5 días** y la planta B debe funcionar **1 día**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el coste (mínimo) será de **375000 euros (375 miles de euros)**.

x	y	$z = 60x + 75y$
0	8	$60 \cdot 0 + 75 \cdot 8 = 600$
2	4	$60 \cdot 2 + 75 \cdot 4 = 420$
5	1	$60 \cdot 5 + 75 \cdot 1 = 375$
10	0	$60 \cdot 10 + 75 \cdot 0 = 600$