



PAU COMUNIDAD VALENCIANA

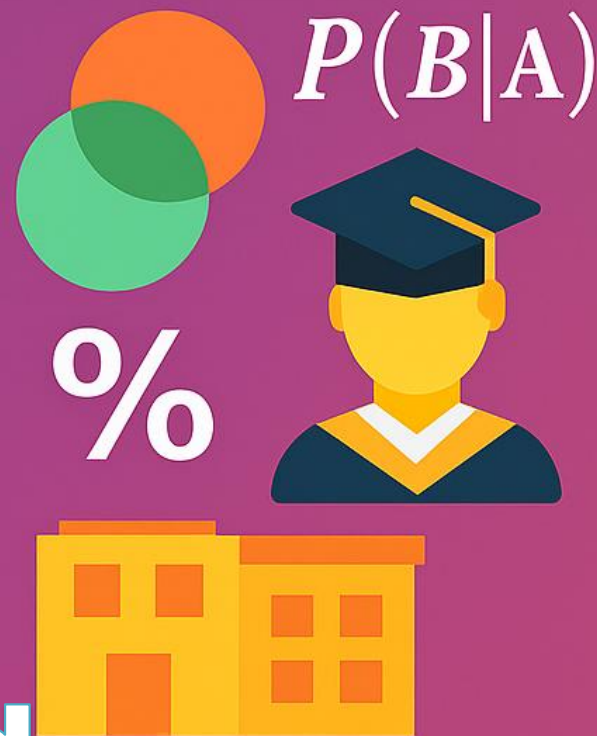


MATEMÁTICAS

CC.SS.

Problema 3
Junio 2025

Probabilidad



Problema 3

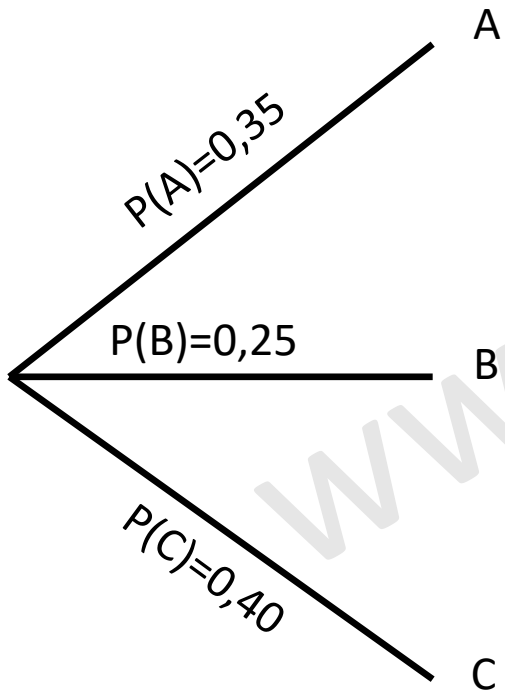
Problema 3. En un país se sabe que un 35% de personas vive en municipios pequeños (10 000 habitantes o menos), un 25% de personas vive en municipios medianos (entre 10 001 y 50 000 habitantes) y un 40% de personas vive en municipios grandes (más de 50 000 habitantes). Entre las personas que viven en municipios pequeños, un 20% se graduó en la universidad; entre las que viven en municipios medianos, un 30% se graduó en la universidad; y entre las que viven en municipios grandes, un 60% se graduó en la universidad. Seleccionamos al azar una persona de este país.

- a) Calcula la probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad. *(1 punto)*
- b) Si sabemos que la persona seleccionada se graduó en la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que viva en un municipio con más de 10 000 habitantes. *(1 punto)*
- c) Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos "la persona seleccionada vive en un municipio con 50 000 habitantes o menos" y "la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10 000 habitantes". *(1 punto)*

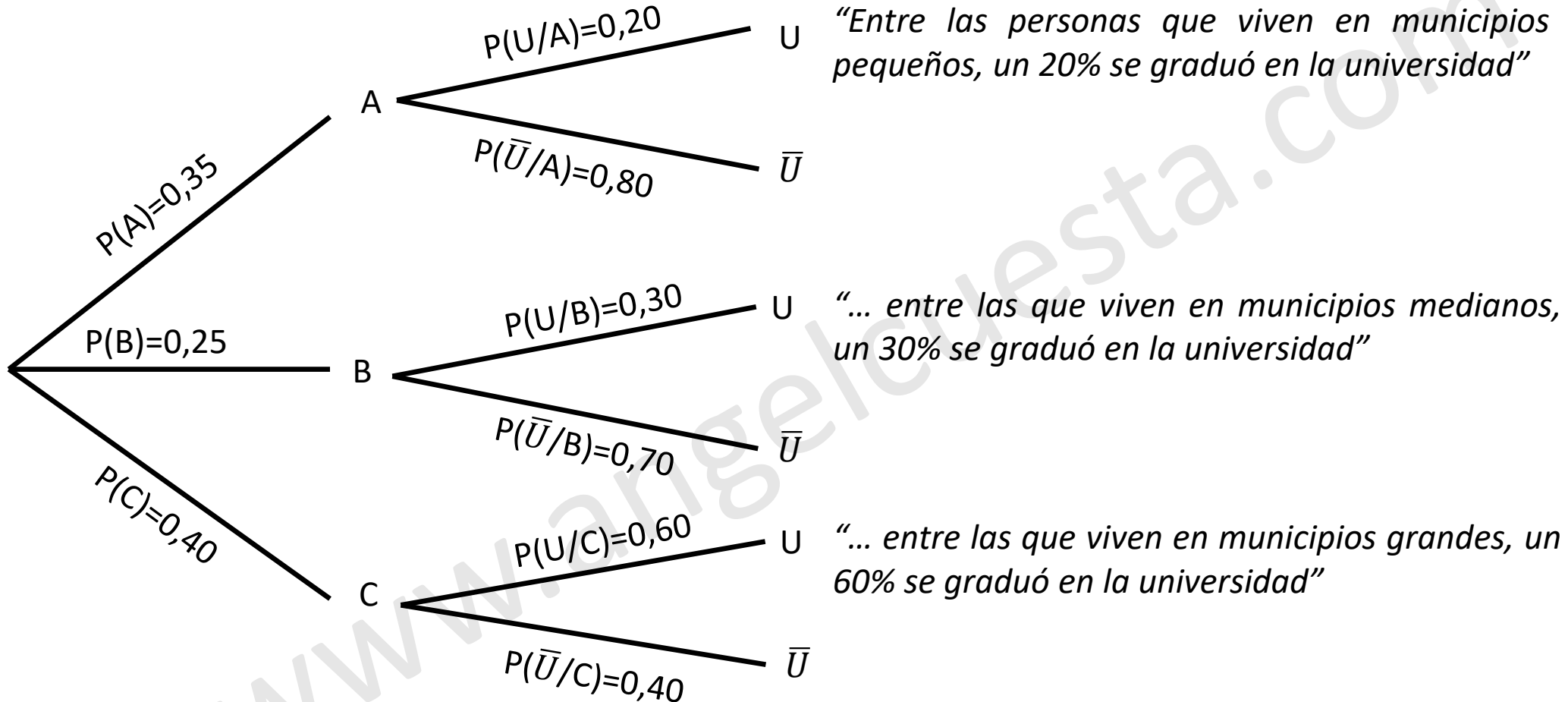
Se definen los sucesos: $A=\{\text{vive en una ciudad pequeña}\}$ $U=\{\text{El alumno se graduó en la universidad}\}$
 $B=\{\text{vive en una ciudad mediana}\}$ $\bar{U}=\{\text{El alumno no se graduó en la universidad}\}$
 $C=\{\text{vive en una ciudad grande}\}$

A partir del enunciado se representan todas las posibilidades mediante un diagrama de árbol.

“En un país se sabe que un 35% de personas vive en municipios pequeños (10 000 habitantes o menos), un 25% de personas vive en municipios medianos (entre 10 001 y 50 000 habitantes) y un 40% de personas vive en municipios grandes (más de 50 000 habitantes).”



Problema 3



Problema 3

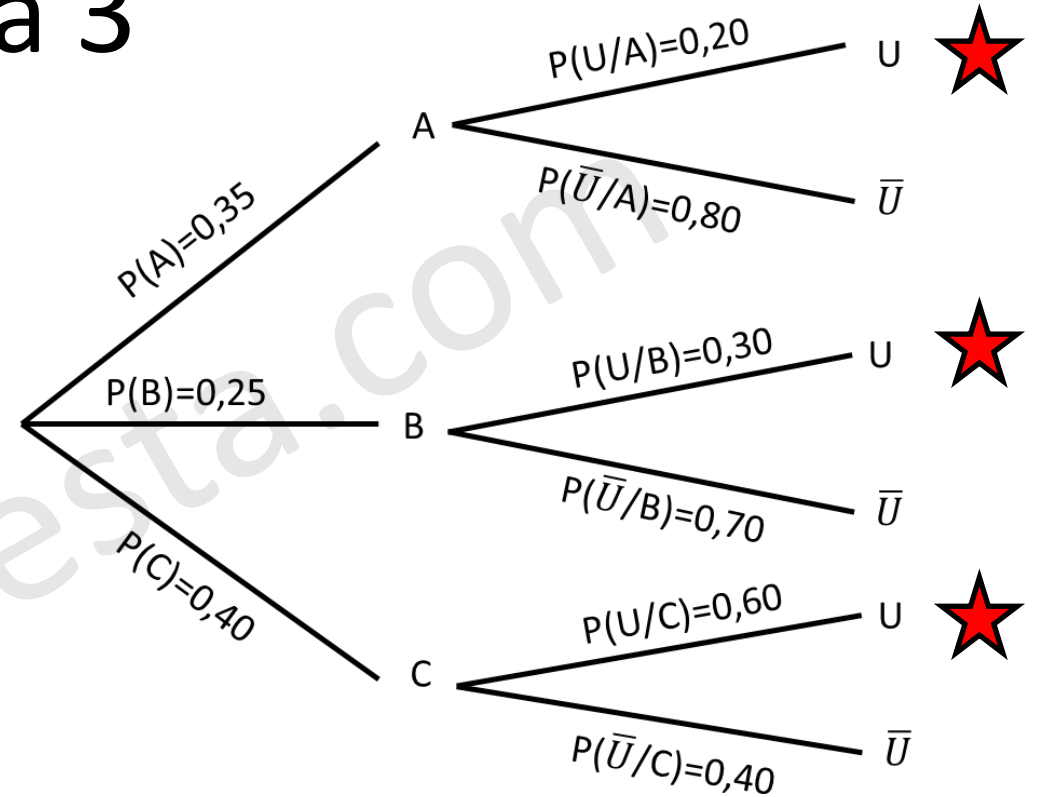
a) Calcula la probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad.

Se aplica el teorema de la probabilidad total.

$$P(U) = P(A) \cdot P(U/A) + P(B) \cdot P(U/B) + P(C) \cdot P(U/C)$$

$$P(U) = 0,35 \cdot 0,20 + 0,25 \cdot 0,30 + 0,40 \cdot 0,60 = 0,385$$

La probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad es **0,385 (38,5%)**.



Problema 3

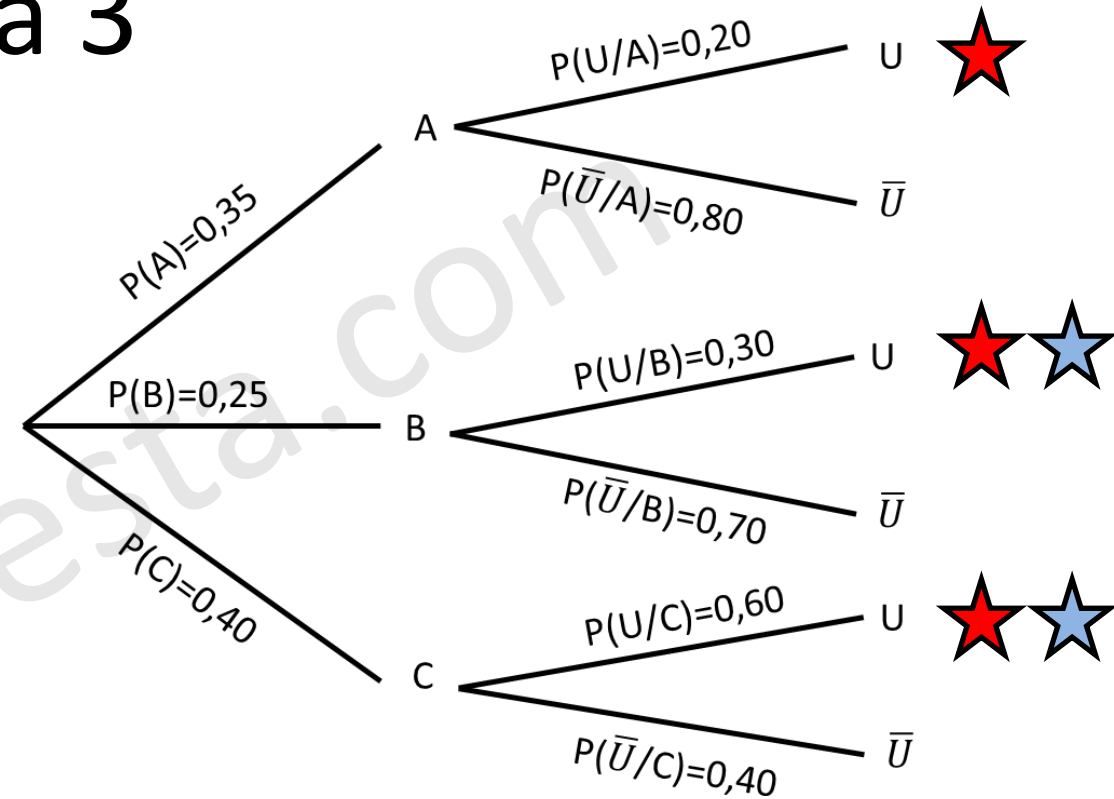
b) Si sabemos que la persona seleccionada se graduó en la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que viva en un municipio con más de 10 000 habitantes?

Nos piden una probabilidad condicionada a posteriori, por ello utilizamos el teorema de Bayes. Debemos tener en cuenta que los sucesos B y C son incompatibles, por ello:

$$P(B \cup C/U) = P(B/U) + P(C/U) = \frac{P(B \cap U)}{P(U)} + \frac{P(C \cap U)}{P(U)}$$

$$P(B \cup C/U) = \frac{P(B) \cdot P(U/B)}{P(U)} + \frac{P(C) \cdot P(U/C)}{P(U)}$$

$$P(B \cup C/U) = \frac{0,25 \cdot 0,30}{0,385} + \frac{0,40 \cdot 0,60}{0,385} = 0,8182$$



Si sabemos que la persona seleccionada se graduó en la universidad, la probabilidad de que viva en un municipio con más de 10 000 habitantes es **0,8182 (81,82%)**.

Problema 3

c) Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos "la persona seleccionada vive en un municipio con 50 000 habitantes o menos" y "la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10 000 habitantes".

Se analiza en el diagrama de árbol cuales son las ramas que debemos utilizar para el cálculo.

$$P\left((A \cup B) \cap (U \cup (B \cup C))\right) = P(A \cap U) + P(B)$$

$$P\left((A \cup B) \cap (U \cup (B \cup C))\right) = 0,35 \cdot 0,20 + 0,25 = 0,32$$

La probabilidad de la intersección de los sucesos "la persona seleccionada vive en un municipio con 50 000 habitantes o menos" y "la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10 000 habitantes" es **0,32 (32%)**

