

PAU Comunidad Valenciana

Matemáticas CC.SS

Modelo 2025

Problema 1A

Programación lineal



# OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Julio 2021



PAU Julio 2020



PAU Julio 2019



PAU Junio 2019



# PROBLEMA 1A

Una empresa fabrica dos modelos de frigoríficos, A y B. Para su fabricación la empresa necesita un departamento de montaje y un departamento de pintura. Cada departamento dispone semanalmente de 100 horas. Un frigorífico del modelo A necesita 3 horas en el departamento de montaje y 1 hora en el de pintura, mientras que uno del modelo B necesita 1 hora y 2 horas, respectivamente, en cada departamento. Se pide:

a) ¿Qué cantidad de cada modelo debe producir la empresa para maximizar sus ganancias, si el beneficio por cada frigorífico del modelo A es de 500 euros y por cada frigorífico del modelo B es de 400 euros?

b) ¿Cuál es dicha ganancia máxima?

**Solución:** En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

$x$ =número de frigoríficos del modelo A.  
 $y$ = número de frigoríficos del modelo B.

|                                     |     | Horas montaje | Horas pintura | Beneficio  |
|-------------------------------------|-----|---------------|---------------|------------|
| Número de frigoríficos del modelo A | $x$ | $3x$          | $x$           | $500x$ (€) |
| Número de frigoríficos del modelo B | $y$ | $y$           | $2y$          | $400y$ (€) |

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

# PROBLEMA 1A

|                                     |     | Horas montaje | Horas pintura | Beneficio  |
|-------------------------------------|-----|---------------|---------------|------------|
| Número de frigoríficos del modelo A | $x$ | $3x$          | $x$           | $500x$ (€) |
| Número de frigoríficos del modelo B | $y$ | $y$           | $2y$          | $400y$ (€) |

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

“Cada departamento dispone semanalmente de 100 horas”  $\longrightarrow$   $3x + y \leq 100$   
 $\longrightarrow$   $x + 2y \leq 100$

“restricciones triviales”  $\longrightarrow$   $x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el beneficio:  $z = 500x + 400y$

# PROBLEMA 1A

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

**Maximizar :  $z = 500x + 400y$**

$$\text{s. a. } \begin{cases} 3x + y \leq 100 \\ x + 2y \leq 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

**(a)**  $3x + y \leq 100$

Expreso la recta:  $3x + y = 100$

Se dan valores para representar:

| x     | y   |
|-------|-----|
| 0     | 100 |
| 33,33 | 0   |

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución  
sustituyendo en la inecuación **(0, 0)**

**$3 \cdot 0 + 0 \leq 100 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{3x + y \leq 100\}$**

**(b)**  $x + 2y \leq 100$

Expreso la recta:  $x + 2y = 100$

Se dan valores para representar:

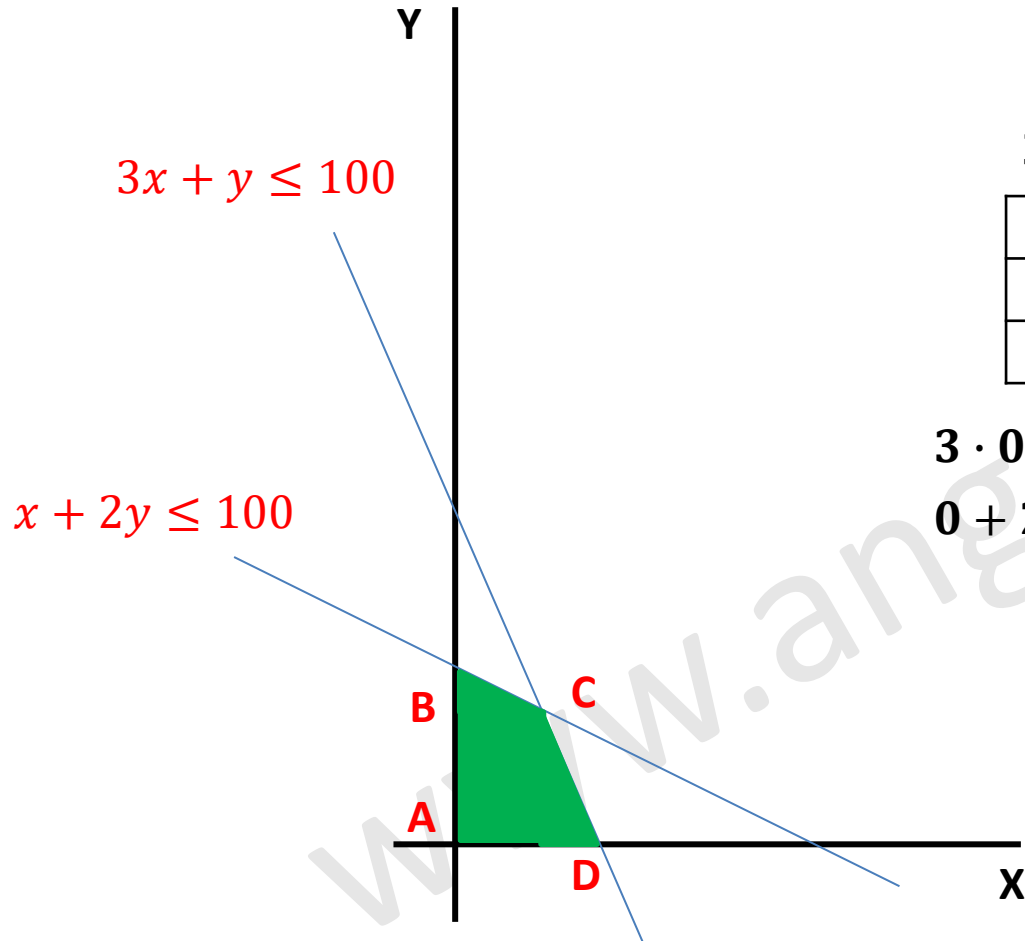
| x   | y  |
|-----|----|
| 0   | 50 |
| 100 | 0  |

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución  
sustituyendo en la inecuación **(0, 0)**

**$0 + 2 \cdot 0 \leq 100 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{x + 2y \leq 100\}$**

# PROBLEMA 1A

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible. s. a.  $\begin{cases} 3x + y \leq 100 \\ x + 2y \leq 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$



$$3x + y = 100$$

| x     | y   |
|-------|-----|
| 0     | 100 |
| 33,33 | 0   |

$$x + 2y = 100$$

| x   | y  |
|-----|----|
| 0   | 50 |
| 100 | 0  |

$$3 \cdot 0 + 0 \leq 100; (0, 0) \in \{3x + y \leq 100\}$$

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 100; (0, 0) \in \{x + 2y \leq 100\}$$

# PROBLEMA 1A

Para calcular las coordenadas del vértice C, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que dan lugar a dicho vértice. Los vértices A, B y D, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas (son los puntos de corte con los ejes).

$$\text{Vértice C: } \begin{cases} 3x + y = 100 \\ x + 2y = 100 \end{cases}$$

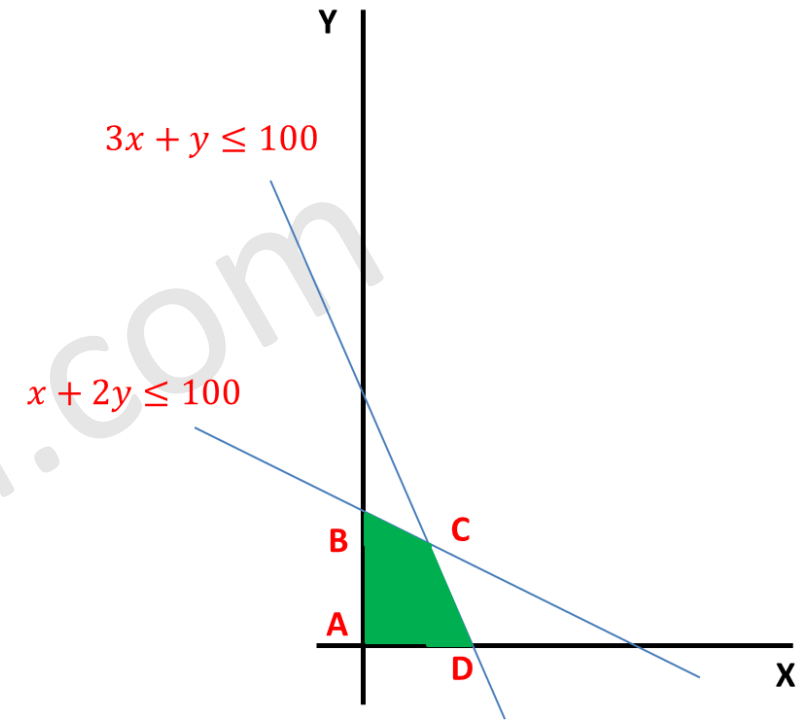
Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 100 & 1 \\ 100 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{100}{5} = 20$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 100 \\ 1 & 100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{200}{5} = 40$$

Las coordenadas del vértice C son: **C = (20, 40)**

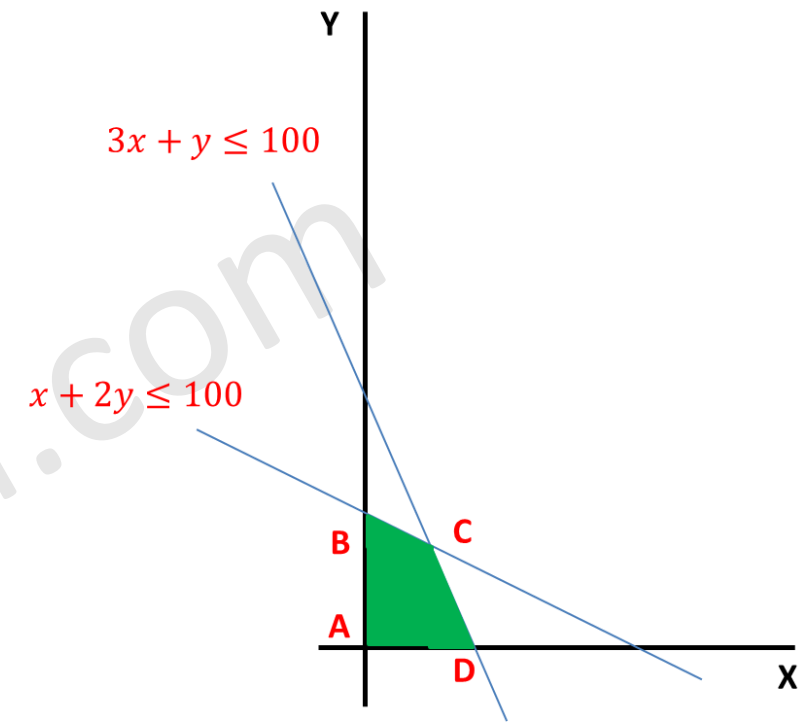
Las coordenadas del resto de vértices son: **A = (0, 0); B(0, 50); C(33, 33; 0)**



# PROBLEMA 1A

El máximo de la función  $z$  en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

| x     | y  | $z = 500x + 400y$                       |
|-------|----|-----------------------------------------|
| 0     | 0  | $500 \cdot 0 + 400 \cdot 0 = 0$         |
| 0     | 50 | $500 \cdot 0 + 400 \cdot 50 = 20000$    |
| 20    | 40 | $500 \cdot 20 + 400 \cdot 40 = 26000$   |
| 33,33 | 0  | $500 \cdot 33,33 + 400 \cdot 0 = 16667$ |



# PROBLEMA 1A

**Solución:** debe producir **20 frigoríficos de tipo A y 40 frigoríficos de tipo B**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio (máximo) será de **26000 euros**.

| x     | y  | $z = 500x + 400y$                               |
|-------|----|-------------------------------------------------|
| 0     | 0  | $500 \cdot 0 + 400 \cdot 0 = 0$                 |
| 0     | 50 | $500 \cdot 0 + 400 \cdot 50 = 20000$            |
| 20    | 40 | $500 \cdot 20 + 400 \cdot 40 = 26000$ (máximo). |
| 33,33 | 0  | $500 \cdot 33,33 + 400 \cdot 0 = 16667$         |