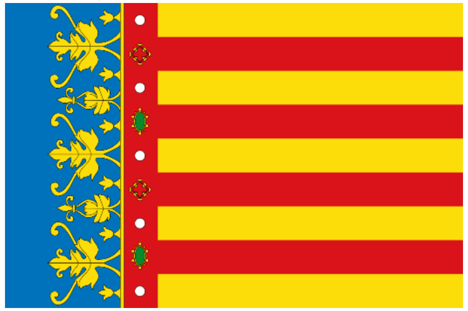
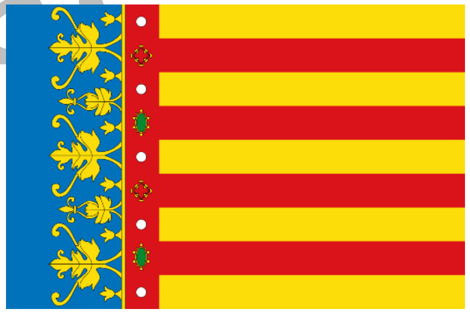
PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

MAYO 2023

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Porcentajes.

Problema de sistemas de ecuaciones.

Funciones lineales.

Función cuadrática. Problema.

Probabilidad.

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.

Teoría y ejercicios de porcentajes

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Teoría y ejercicios de funciones cuadráticas

Teoría y ejercicios de funciones lineales

Exámenes de años anteriores.

OBSERVACIONES

DURACIÓN: 1 HORA 15 MINUTOS

Se puede usar la calculadora. Las aproximaciones decimales, cuando sean necesarias, se harán por redondeo a las centésimas. Los ejercicios deben estar resueltos paso a paso y con las explicaciones oportunas.

Ejercicio 1

La siguiente tabla muestra, para una serie de productos, el precio que tenían el año pasado en este mes (precio inicial), el porcentaje de aumento o disminución que ha sufrido su precio en los últimos doce meses (variación porcentual) y el precio actual (precio final). Por desgracia, se ha borrado el contenido de algunas casillas. Efectúa los cálculos necesarios para recuperar el contenido perdido.

PRODUCTO	PRECIO INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	PRECIO FINAL
P_1	965 €	+18%	1138,7 €
P_2	4600 €	−31%	3174 €
P_3	9150 €		8875,5 €
P_4	336 €		409,92 €
P_5		+16%	324,8 €
P_6		−11%	578,5 €

Vamos a trabajar con la fórmula de incrementos y disminuciones porcentuales.

$$\boxed{C_f = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)}$$

El **signo positivo** se utiliza cuando hay un **AUMENTO porcentual**, mientras que el **signo negativo** se utiliza cuando hay una **disminución porcentual**.

Ejercicio 1

PRODUCTO	PRECIO INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	PRECIO FINAL
P_1	965 €	+18%	1138,7 €
P_2	4600 €	−31%	3174 €
P_3	9150 €	$-\mathbf{3}\ \%$	8875,5 €
P_4	336 €		409,92 €
P_5		+16%	324,8 €
P_6		−11%	578,5 €

Se sustituyen los datos y luego se despejará el porcentaje pedido.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 - \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow 8875{,}5 = 9150 \cdot \left(1 - \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow \frac{8875{,}5}{9150} = 1 - \frac{\%}{100} \longrightarrow \frac{\%}{100} = 1 - \frac{8875{,}5}{9150}$$

$$\% = 100 \cdot \left(1 - \frac{8875{,}5}{9150}\right) = 100 \cdot 0{,}03 = \mathbf{3}\ \%$$

$\boxed{\textbf{Ha disminuido un 3\%.}}$

Ejercicio 1

PRODUCTO	PRECIO INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	PRECIO FINAL
P_1	965 €	+18%	1138,7 €
P_2	4600 €	−31%	3174 €
P_3	9150 €	$-\mathbf{3}\ \%$	8875,5 €
P_4	336 €	$\mathbf{22}\ \%$	409,92 €
P_5		+16%	324,8 €
P_6		−11%	578,5 €

Se hace el mismo procedimiento, sólo que ahora es un aumento porcentual.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow 409{,}92 = 336 \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow \frac{409{,}92}{336} = 1 + \frac{\%}{100} \longrightarrow \frac{\%}{100} = \frac{409{,}92}{336} - 1$$

$$\% = 100 \cdot \left(\frac{409{,}92}{336} - 1\right) = 100 \cdot 0{,}22 = \mathbf{22}\ \%$$

Ha aumentado un 22%.

Ejercicio 1

PRODUCTO	PRECIO INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	PRECIO FINAL
P_1	965 €	+18%	1138,7 €
P_2	4600 €	−31%	3174 €
P_3	9150 €	$-3\ \%$	8875,5 €
P_4	336 €	$22\ \%$	409,92 €
P_5	$280\ €$	+16%	324,8 €
P_6	$650\ €$	−11%	578,5 €

Se despeja la cantidad inicial y se sustituye.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow C_i = \frac{C_f}{\left(1 + \frac{\%}{100}\right)} = \frac{324{,}8}{\left(1 + \frac{16}{100}\right)} = \frac{324{,}8}{1{,}16} = 280\ €$$

El precio inicial es 280 €

$$C_f = C_i \cdot \left(1 - \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow C_i = \frac{C_f}{\left(1 - \frac{\%}{100}\right)} = \frac{578{,}5}{\left(1 - \frac{11}{100}\right)} = \frac{578{,}5}{0{,}89} = 650\ €$$

El precio inicial es 650 €

Ejercicio 2

El dueño de un salón de eventos quiere comprar 30 kg de gambas y 80 kg de mejillones, pedido por el que debería pagar 1.680 €. Tras una negociación, consigue que le hagan un descuento del 15% en el precio del kg de gambas y un 8% en el de mejillones, por lo que finalmente paga 1.453,2 € en total. Plantea y resuelve una ecuación o sistema de ecuaciones que te permita posteriormente rellenar las cuatro casillas de la siguiente tabla:

	Precio inicial	Precio pagado
1kg de gambas		
1 kg de mejillones		

Solución: Se definen las incógnitas. x=Precio inicial del kilo de gambas y=Precio inicial del kilo de mejillones.

Se definen los precios finales en función de los precios iniciales.

*"consigue que le hagan un **descuento del 15% en el precio del kg de gambas y un 8% en el de mejillones**"*

0,85x=Precio final del kilo de gambas

0,92y=Precio final del kilo de mejillones.

Se traduce del español al lenguaje algebraico y se plantea un sistema de ecuaciones.

"…quiere comprar 30 kg de gambas y 80 kg de mejillones, pedido por el que debería pagar 1.680 €."

$$\mathbf{30x + 80y = 1680}$$

"consigue que le hagan un descuento del 15% en el precio del kg de gambas y un 8% en el de mejillones, por lo que finalmente paga 1.453,2 €"

$$\mathbf{30 \cdot 0,85x + 80 \cdot 0,92y = 1453,2}$$

$$\mathbf{25,5x + 73,6y = 1453,2}$$

Ejercicio 2

Se resuelve el sistema de ecuaciones que queda planteado así: $\begin{cases} 30x + 80y = 1680 \\ 25{,}5x + 73{,}6y = 1453{,}2 \end{cases}$

Se resuelve mediante el método de sustitución. Se despeja de la primera ecuación x, y se sustituye en la segunda.

$$30x + 80y = 1680 \xrightarrow{:10} 3x + 8y = 168 \longrightarrow x = \frac{168 - 8y}{3}$$

$$25{,}5x + 73{,}6y = 1453{,}2 \longrightarrow 25{,}5 \cdot \left(\frac{168 - 8y}{3}\right) + 73{,}6y = 1453{,}2 \longrightarrow 8{,}5 \cdot (168 - 8y) + 73{,}6y = 1453{,}2$$

$$1428 - 68y + 73{,}6y = 1453{,}2 \longrightarrow 5{,}6y = 25{,}2 \longrightarrow y = \frac{25{,}2}{5{,}6} = \mathbf{4{,}5\ €/kg}$$

Se calcula x: $x = \dfrac{168 - 8y}{3} = \dfrac{168 - 8 \cdot 4{,}5}{3} = \mathbf{44€/kg}$

Se calculan los precios rebajados: 0,85x=0,85·44=37,4 €/kg 0,92y=0,92·4,5=4,14 €/kg

	Precio inicial	Precio pagado
1kg de gambas	$\mathbf{44\ €/kg}$	$\mathbf{37{,}4\ €/kg}$
1 kg de mejillones	$\mathbf{4{,}5\ €/kg}$	$\mathbf{4{,}14\ €/kg}$

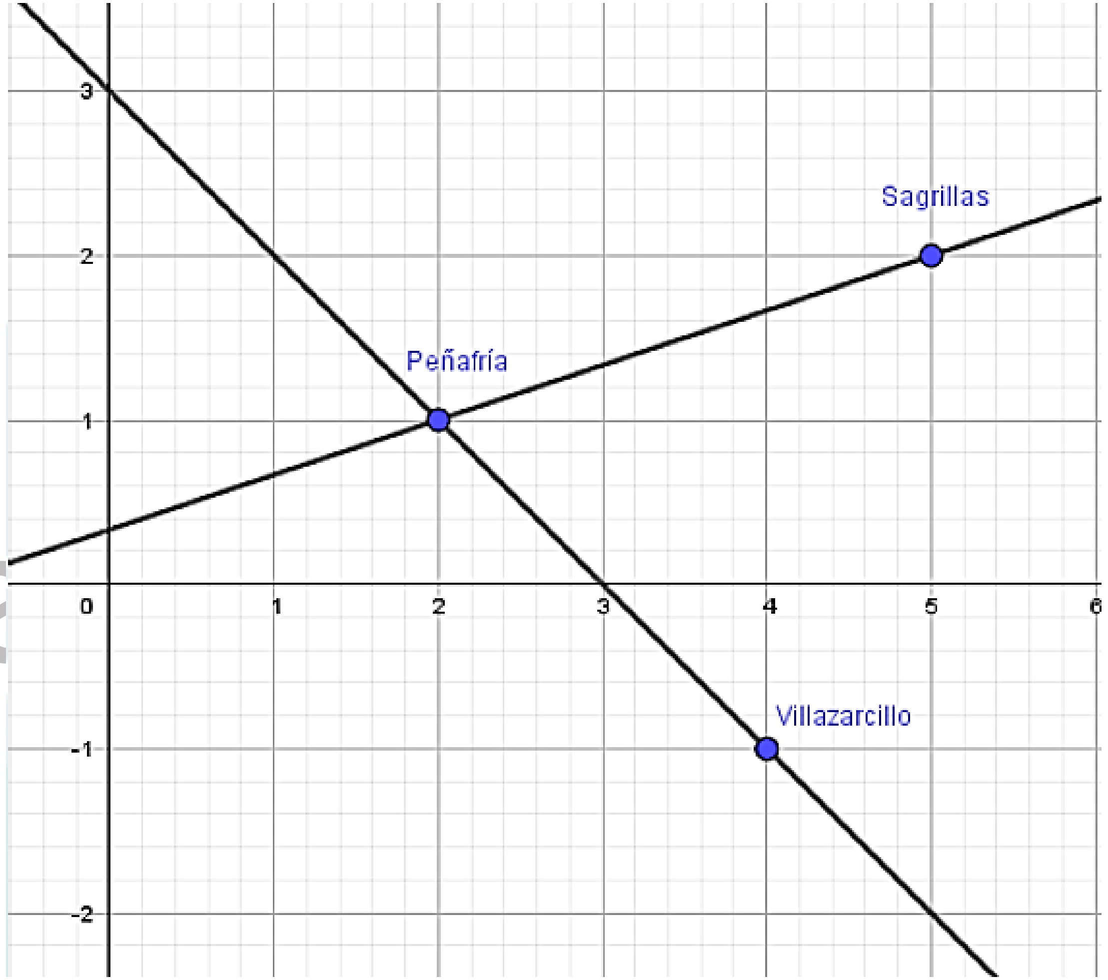
Ejercicio 3

El siguiente mapa muestra la situación de tres pueblos junto a las dos carreteras rectilíneas que los comunican (las unidades de los ejes están en km):

a) Calcula la ecuación de la recta correspondiente a la carretera que une Peñafría con Sagrillas.

b) ¿Cuántos kilómetros hay que recorrer en coche para ir de Villazarcillo a Sagrillas?

c) A lo largo del eje horizontal OX está emplazado un canal. Obtén el ángulo que forma la carretera de Peñafría-Sagrillas con dicho canal.



Ejercicio 3

a) Calcula la ecuación de la recta correspondiente a la carretera que une Peñafría con Sagrillas.

Se observa que dicha carretera pasa por los puntos:

$A = (2,1)\ y\ B = (5,2)$

La pendiente de una recta se puede calcular a partir de las coordenadas de los dos puntos a partir de su definición.

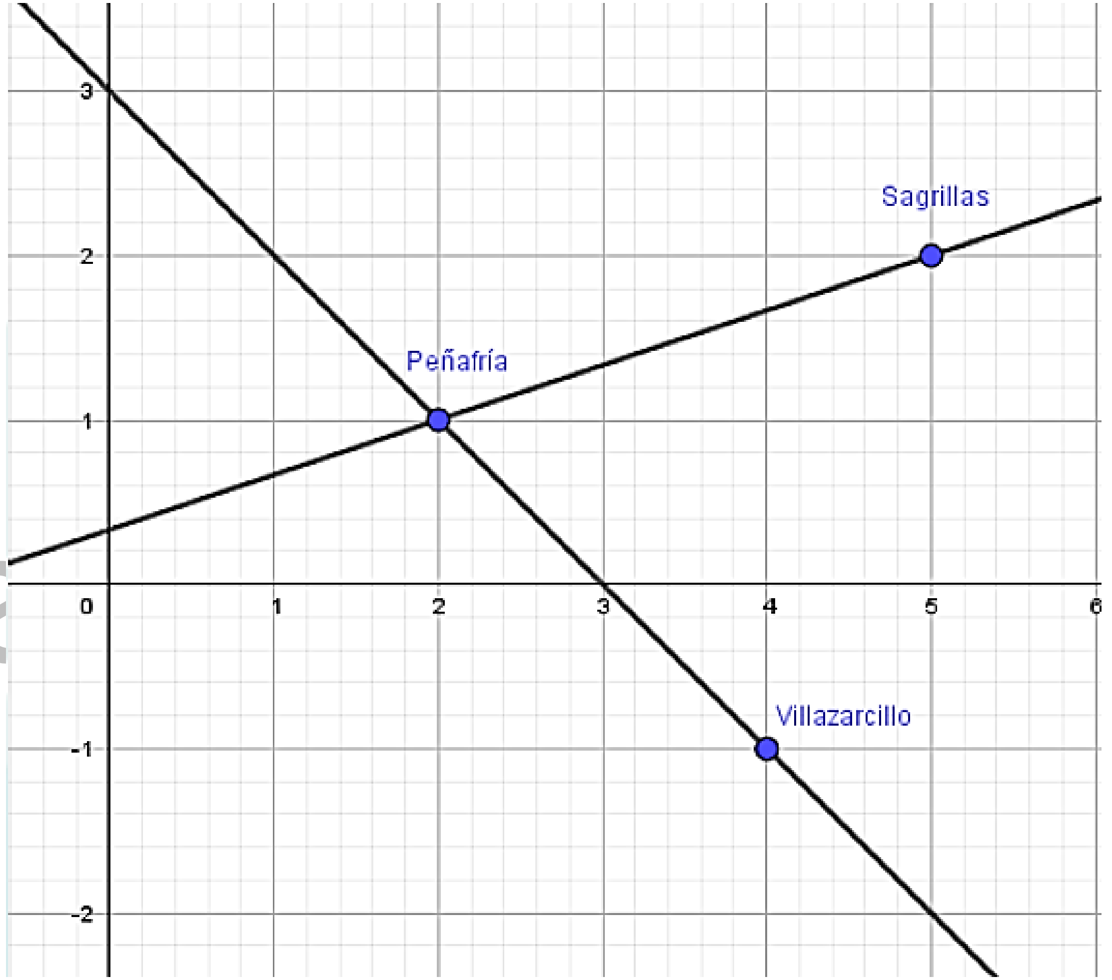
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{2-1}{5-2} = \frac{1}{3}$$

La ordenada en el origen se calcula a partir de un punto y la ecuación explícita.

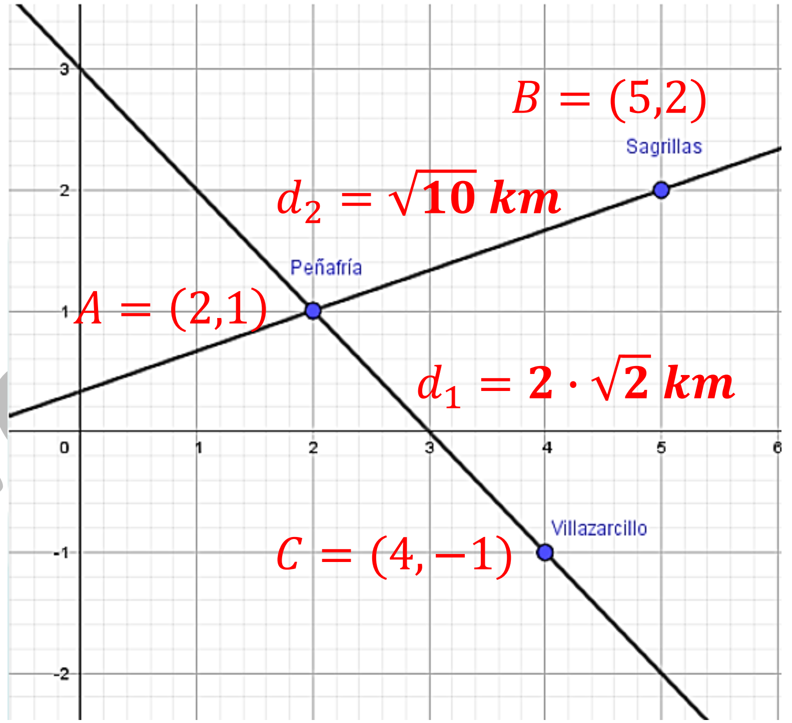
$$y = mx + n \xrightarrow{m=1/3} y = \frac{1}{3}x + n \xrightarrow{(2,1)} 1 = \frac{1}{3} \cdot 2 + n$$

$$n = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

La ecuación de la recta será: $\boldsymbol{y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}$



Ejercicio 3



b) ¿Cuántos kilómetros hay que recorrer en coche para ir de Villazarcillo a Sagrillas?

Se debe ir en primer lugar de Villazarcillo a Peñafría y desde ahí, debe ir a Sagrillas. Se calcula la distancia de cada uno de los recorridos y se suman las distancias recorridas.

Primer tramo, los puntos en los que están situados los pueblos son:

$A = (2,1) \quad C = (4,-1)$

La distancia entre dos puntos se define como el módulo del vector que los une. También puede calcularse utilizando el teorema de Pitágoras.

Las coordenadas del vector $\overrightarrow{AC}$ son:

$\overrightarrow{AC} = C - A = (4,-1) - (2,1) = (2,-2)$ Calculo su módulo: $d_1 = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = \mathbf{2 \cdot \sqrt{2}\ km}$

Segundo tramo, los puntos en los que están situados los pueblos son: $A = (2,1) \quad B = (5,2)$

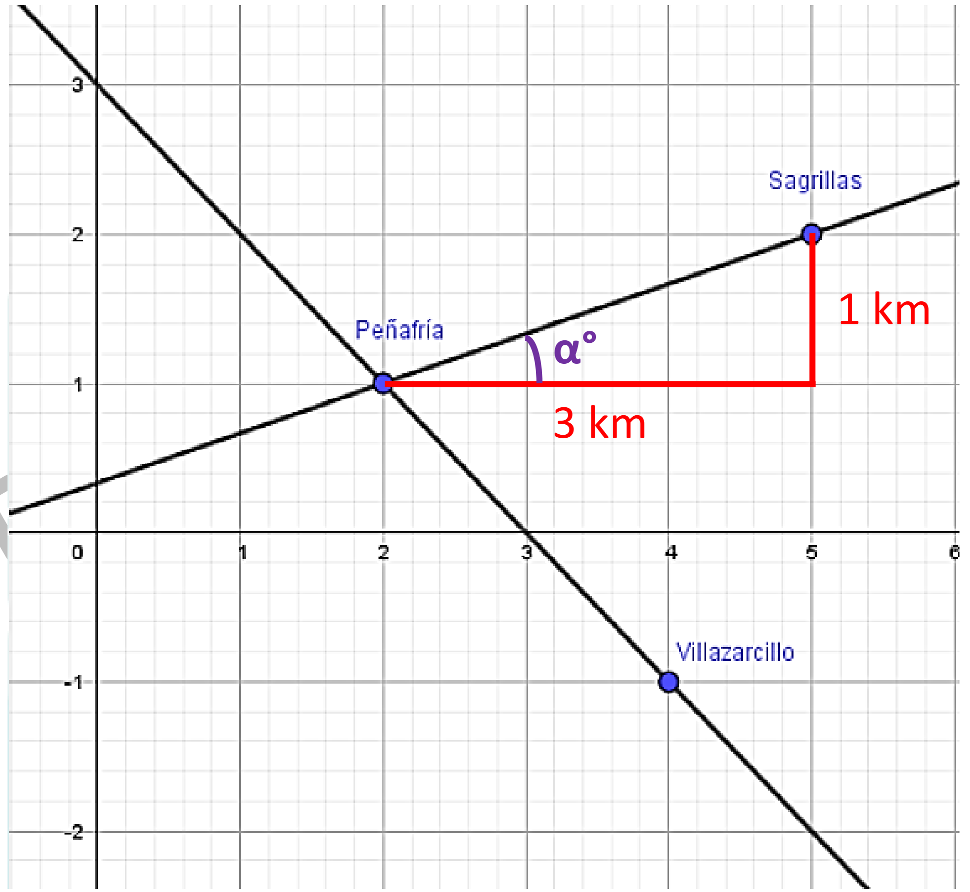
Las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ son: $\overrightarrow{AB} = B - A = (5,2) - (2,1) = (3,1)$ Calculo su módulo: $d_2 = \sqrt{3^2 + 1^2} = \mathbf{\sqrt{10}\ km}$

La distancia total es: $d_1 + d_2 = \sqrt{8} + \sqrt{10}\ km \approx 5{,}99\ km$

La distancia total que hay que recorrer en coche para ir de Villazarcillo a Sagrillas es, aproximadamente, de **6 km.**

Ejercicio 3

c) A lo largo del eje horizontal OX está emplazado un canal. Obtén el ángulo que forma la carretera de Peñafría-Sagrillas con dicho canal.



Se define en el plano un triángulo rectángulo y se calcula el ángulo con ayuda de la tangente.

Según la definición de tangente: $\operatorname{tg}(\alpha) = \dfrac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo}$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{3} \longrightarrow \alpha = arctg\left(\frac{1}{3}\right) \approx 18{,}43°$$

El ángulo que forma la carretera con el canal es $\mathbf{18,43°}$.

Ejercicio 4

Desde la azotea de un edificio lanzamos hacia arriba una flecha. La altura h, en metros, a la que se encuentra la flecha respecto al suelo de la calle viene dada por la siguiente función: $\boldsymbol{h = 24{,}75 + 45t - 9t^2}$ donde t son los segundos transcurridos desde que se lanza la flecha

a) ¿En qué instante alcanza la flecha la máxima altura? b) ¿En qué momento llega la flecha al suelo?

Solución: Puesto que la función es cuadrática y el coeficiente del término cuadrático es negativo, podemos afirmar que el vértice de la función representa la altura máxima que alcanza la flecha. Se calcula la componente x del vértice para obtener el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.

$$v_t = \frac{-b}{2a} = \frac{-45}{2 \cdot (-9)} = 2{,}5\ s$$

La flecha alcanzará la máxima altura a los $\mathbf{2,5}\ \boldsymbol{s}$.

La flecha llegará al suelo cuando su altura sea igual a cero. $-9t^2 + 45t + 24{,}75 = 0$

$$t = \frac{-45 \pm \sqrt{45^2 - 4 \cdot (-9) \cdot (24{,}75)}}{2 \cdot (-9)} = \frac{-45 \pm \sqrt{2916}}{-18} = \frac{-45 \pm 54}{-18} = \begin{cases} t = \dfrac{-45 + 54}{-18} = -0{,}5\ s; imposible \\ t = \dfrac{-45 - 54}{-18} = 5{,}5\ s \end{cases}$$

La flecha llegará al suelo a los $\mathbf{5,5}\ \boldsymbol{s}$.

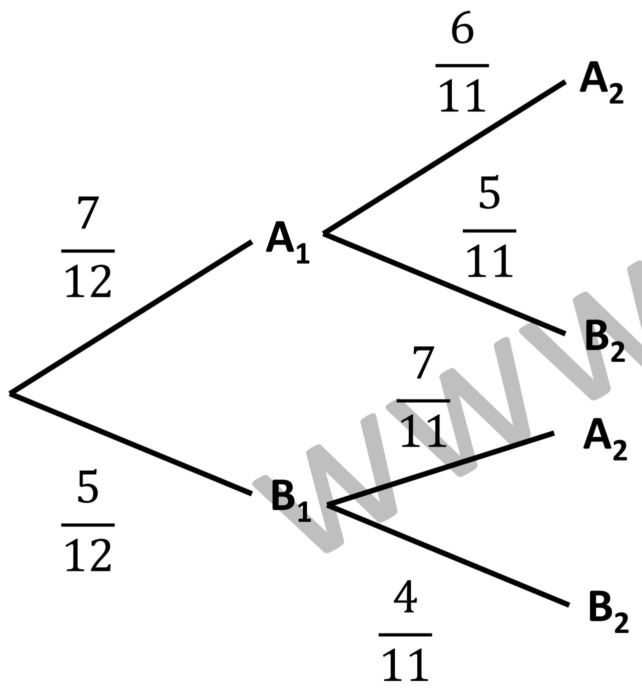
Ejercicio 5

En una comunidad de vecinos hay 7 viviendas de 90 m^2 y 5 viviendas de 100 m^2. Se eligen al azar dos viviendas para realizar una inspección técnica. Obtén la probabilidad de que:

a) Las dos elegidas sean de 90 m^2 b) Se haya elegido una de cada tipo c) Al menos una sea de 100 m^2.

Solución: Se construye un diagrama de árbol para resolver más fácilmente el ejercicio.

Se definen los sucesos: A=la vivienda tiene una superficie de 90 m^2; B= la vivienda tiene una superficie de 100 m^2.

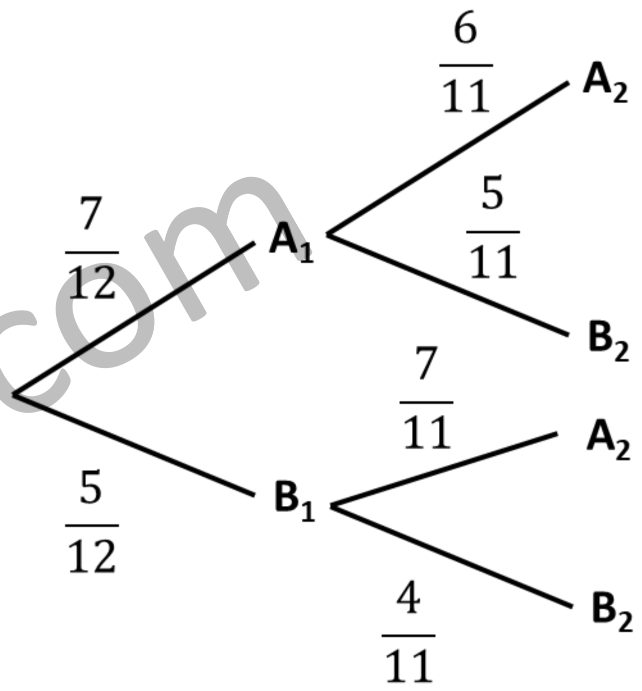


Se aplica el principio de multiplicación para calcular las probabilidades pedidas.

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \mathbf{\frac{7}{22}} \approx \mathbf{0,32}$$

La probabilidad de que las dos elegidas sean de 90 m^2 es **7/22.**

Ejercicio 5



b) Se haya elegido una de cada tipo

Se aplica el principio de multiplicación para calcular la probabilidad.

$$P(A_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap A_2) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \mathbf{\frac{35}{66}} \approx \mathbf{0,53}$$

La probabilidad de se haya elegido una de cada tipo es **35/66.**

c) Al menos una sea de 100 m^2.

El suceso dado es el contrario del suceso, *ambas viviendas sean de 90 m^2*. Puedes comprobarlo en el diagrama de árbol. De manera que la probabilidad se puede calcular de dos formas diferentes.

$$P(A_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \mathbf{\frac{15}{22}} \approx \mathbf{0,68}$$

$$P(Al\ menos\ una\ sea\ de\ 100\ m^2) = 1 - P(A_1 \cap A_2) = 1 - \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \mathbf{1 - \frac{7}{22}} = \mathbf{\frac{15}{22}} \approx \mathbf{0,68}$$

La probabilidad de que al menos una sea de 100 m^2 es **15/22.**