El examen del día

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE

GRADO SUPERIOR

COMUNIDAD VALENCIANA

PARTE COMÚN

MATEMÁTICAS

JUNIO 2015

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

1) Fracciones y Porcentajes.
2) Problema con sistemas de ecuaciones.
3) Función cuadrática.
4) Función lineal.
5) Probabilidad.

Ejercicio 1

a) Por cada diez baños abonados en una piscina, regalan uno más; es decir, en total son once los baños. Calcula razonadamente el porcentaje de descuento que están aplicando al regalar ese baño.

b) En una tienda de electrodomésticos celebran “el día sin IVA”. Es decir, venden los productos rebajados al precio que tenían antes de cargarles el 21% en concepto de IVA. Averigua cuánto habrá que pagar por un televisor que está a la venta, con IVA incluido, por 847 €.

Solución:

Según el enunciado, me regalan 1 baño de cada 11. Para calcular el porcentaje utilizaré:

$$\% = \frac{Nº\ de\ Baños\ regalados}{Baños\ totales} \cdot 100 \longrightarrow \% = \frac{1}{11} \cdot 100 = 9'1\%$$

El porcentaje de descuento es del 9’1%

Para calcular el coste del televisor, habrá que calcular su precio sin IVA. Utilizaré la fórmula: $C_f = C_0 \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)$

$$847 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{21}{100}\right) \longrightarrow 847 = 1'21 \cdot C_0 \longrightarrow C_0 = \frac{847}{1'21} = 700\ €$$

El precio sin IVA es de 700 €

Ejercicio 2

Tenemos tres cajas, A, B y C, que contienen entre todas un total de 78 bombones. Si pasamos 4 bombones de la caja B a la A, en ésta habrá doble bombones que en aquélla. Sabemos, además, que si pasamos un bombón de la C a la B, en ambas cajas habrá el mismo número de bombones.
Calcula razonadamente el número de bombones que hay en cada una de las cajas.

Solución:

Se definen en primer lugar las incógnitas: x= "número de bombones en la caja A"
y= "número de bombones en la caja B"
z= "número de bombones en la caja C"

Traducimos del español al lenguaje algebraico.

"que contienen entre todas un total de 78 bombones" $\longrightarrow$ $x+y+z=78$

"Si pasamos 4 bombones de la caja B a la A, en ésta habrá doble bombones que en aquélla" $\longrightarrow$ $x+4=2\cdot(y-4)$!!!OJO a esta ecuación!!!

"Si pasamos un bombón de la C a la B, en ambas cajas habrá el mismo número de bombones" $\longrightarrow$ $y+1=z-1$!!!OJO a esta ecuación!!!

Con las tres ecuaciones obtenidas anteriormente ya podemos plantear un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

Ejercicio 2

$$\begin{cases} x+y+z=78 \\ x+4=2\cdot(y-4) \\ y+1=z-1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x+y+z=78 \\ x+4=2y-8 \\ y-z=-2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x+y+z=78 \\ x-2y=-12 \\ y-z=-2 \end{cases}$$

Una vez hemos aislado las incógnitas a un lado de la igualdad, ya podemos resolver el sistema de ecuaciones.

Por ser el método más general, utilizaré el método de sustitución para resolver el sistema de ecuaciones. Aunque hay otros métodos alternativos, como el método de Gauss o la regla de Cramer.

Despejo x de la primera ecuación, y sustituyo en la segunda y en la tercera ecuación

$$x+y+z=78 \longrightarrow x=78-y-z \longrightarrow x=78-22-24 \longrightarrow \boxed{x=32}$$

$$x-2y=-12 \longrightarrow 78-y-z-2y=-12$$

$$y-z=-2 \longrightarrow y-z=-2$$

$$\longrightarrow \begin{cases} -3y-z=-90 \\ \mathbf{y-z=-2} \end{cases}$$

$$y-z=-2 \longrightarrow y=z-2 \longrightarrow \boxed{y=24-2=22}$$

$$-3y-z=-90 \longrightarrow -3\cdot(z-2)-z=-90$$

$$-3z+6-z=-90 \longrightarrow z=\frac{-96}{-4} \longrightarrow \boxed{z=24}$$

El número de bombones en las cajas son:
Caja A: 32
Caja B: 22
Caja C: 24

Ejercicio 3

El beneficio diario en una tienda por la venta de un determinado producto, en relación con el precio de venta de dicho producto, viene representado por la función: $f(x) = 100x – 10x^2$. Siendo f(x) el beneficio en euros y "x" el precio de venta también en euros.
Sabiendo que $0 < x < 8$, calcula:

a) El beneficio cuando el precio de venta se ha fijado en 2,8 €.
b) El precio asignado al producto cuando el beneficio ha sido de 187,5 €.
c) El precio al que se ha de vender dicho producto si se pretende obtener el máximo beneficio.

Solución:

Si el precio es 2'8€, el beneficio se obtiene sustituyendo en la función:

$f(2'8) = 100 \cdot 2'8 – 10 \cdot (2'8)^2 \longrightarrow f(2'8) = 201'6$ €

El beneficio es de 201'6 €

Si el beneficio ha sido de 187'5€, debemos despejar x para calcular el precio.

$187'5 = 100x – 10x^2 \longrightarrow 10x^2 – 100x + 187'5 = 0$ Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-(-100) \pm \sqrt{(-100)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 187'5}}{2 \cdot 10} \longrightarrow x = \frac{100 \pm \sqrt{2500}}{20} = \frac{100 \pm 50}{20} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 7'5 \\ x_2 = 2'5 \end{cases}$$

Los posibles precios del producto son: 2'5€ y 7'5€

El máximo beneficio se obtendrá en el vértice de la parábola. Es una parábola invertida por ser negativo el coeficiente del término cuadrático.

$$\longrightarrow v = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2 * (-10)} = 5$$

El máximo beneficio se obtiene cuando el precio del producto es 5€

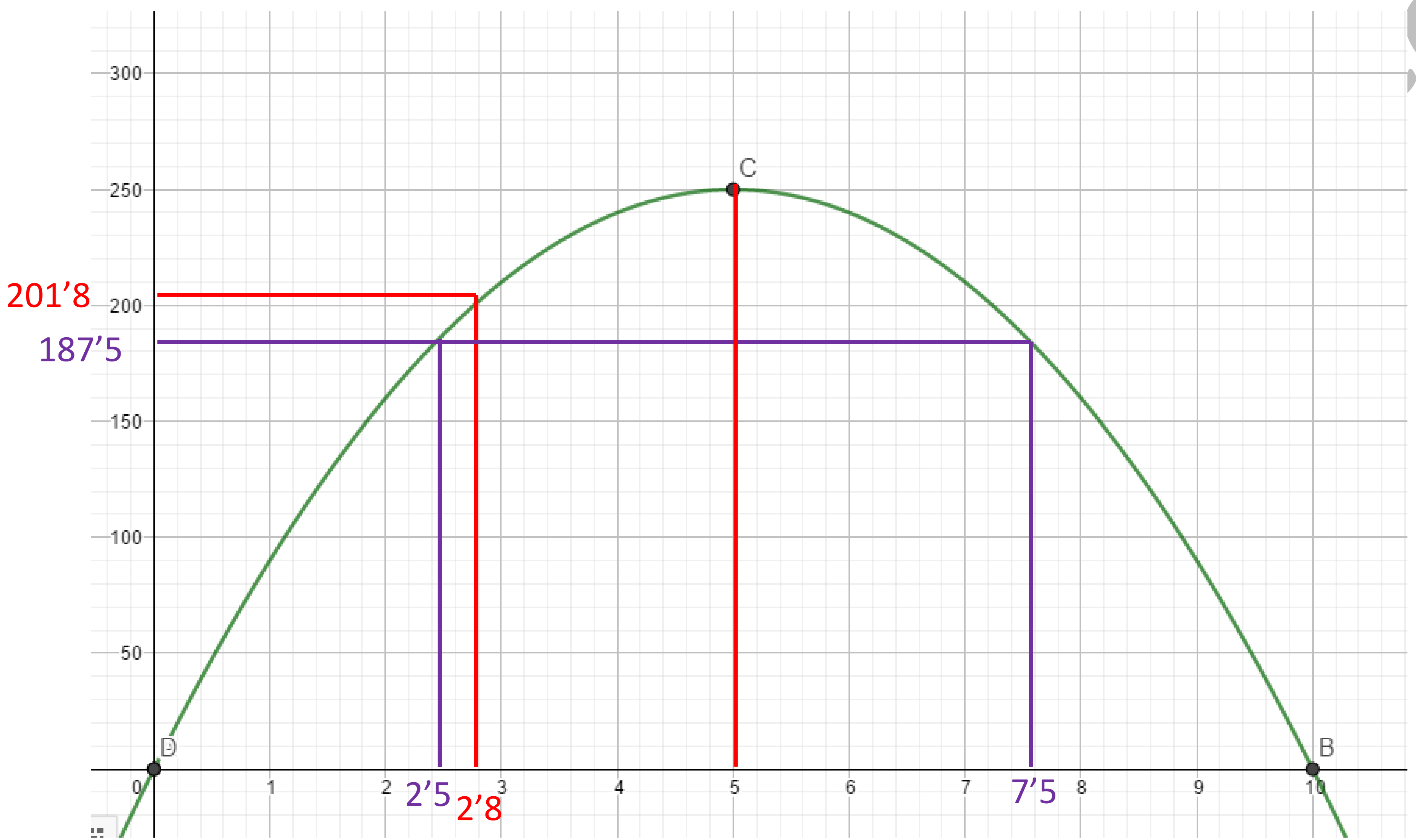
Ejercicio 3

Aunque no lo pide el ejercicio, me parece interesante representar gráficamente la parábola para que sobre la gráfica se observen las soluciones de los 3 apartados.

El beneficio es de 201’6 €

Los posibles precios del producto son: 2’5€ y 7’5€

El máximo beneficio se obtiene cuando el precio del producto es 5€

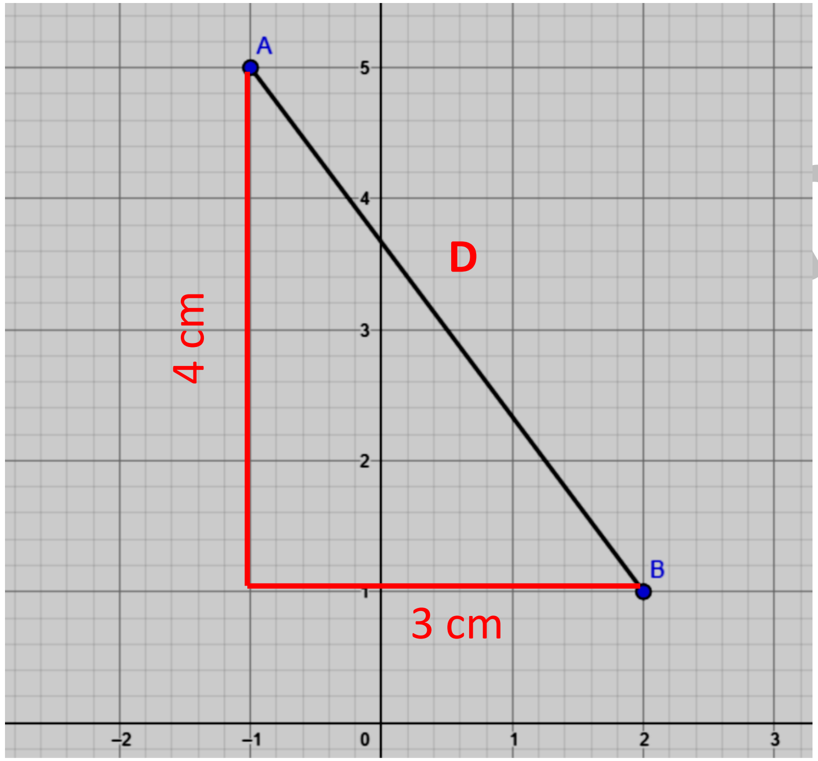


Ejercicio 4

Un plano lleva incorporado un sistema de coordenadas con los ejes perpendiculares y las distancias en cm. En dicho sistema se ha señalado dos puntos: A = (–1, 5) y B = (2, 1). En A se sitúa un restaurante y en B una parada de autobús.

a) Calcula la distancia en km que hay entre el restaurante y la parada del autobús sabiendo que cada cm del plano representa 150 m en la realidad.
b) Si se construye un camino en línea recta desde la parada al restaurante, halla la ecuación de la recta que representa en el plano dicho camino.

Solución:



Para calcular la distancia entre A y B en el plano, puedo aplicar el teorema de Pitágoras:

$$D^2 = 4^2 + 3^2 \longrightarrow D^2 = 25 \longrightarrow D = 5\ cm$$

Aplicamos la relación de escala: 1cm son 150 m, entonces 5cm serán x m.

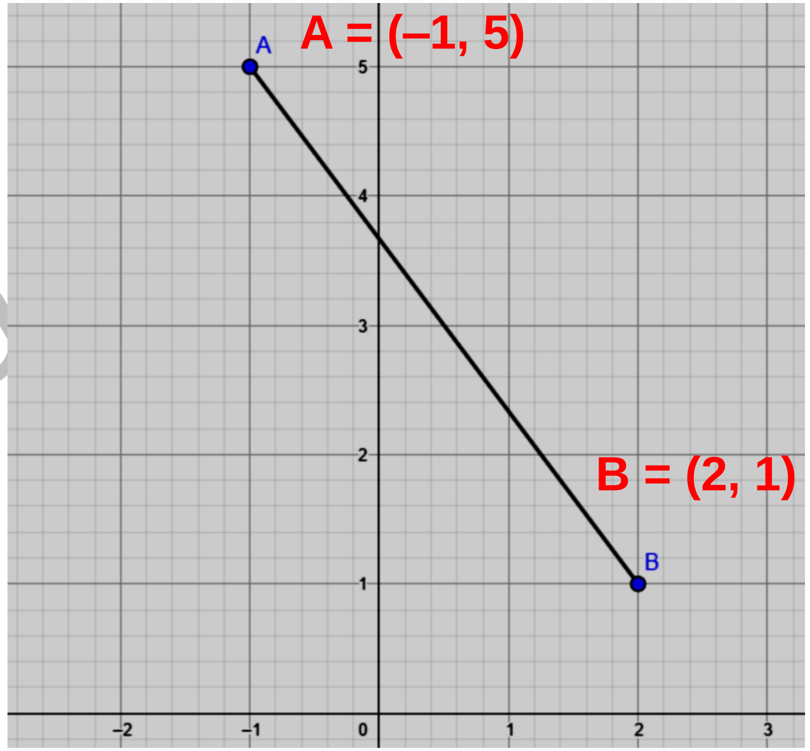
$$\frac{1\ cm}{5\ cm} = \frac{150\ m}{x\ m} \longrightarrow x\ (m) = \frac{150\ m \cdot 5\ \cancel{cm}}{1\ \cancel{cm}} = 750\ m$$

La distancia será 0’750 km.

También se podría haber resuelto esta parte del ejercicio utilizando la fórmula de la distancia entre dos puntos.

Ejercicio 4

b) Si se construye un camino en línea recta desde la parada al restaurante, halla la ecuación de la recta que representa en el plano dicho camino.



Solución:

La ecuación de la recta se puede expresar como y=m·x+n

Se calcula primero la pendiente, m:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \longrightarrow m = \frac{1-5}{2-(-1)} = \boxed{\frac{-4}{3}}$$

A continuación calculamos la ordenada en el origen, n:

$$n = y_A - m \cdot x_A \longrightarrow n = 1 - \left(\frac{-4}{3}\right) \cdot 2 = \boxed{\frac{11}{3}}$$

La ecuación de la recta será (en su forma explícita): $\boxed{y = \frac{-4}{3} \cdot x + \frac{11}{3}} \longrightarrow \boxed{4x + 3y - 11 = 0}$ Forma implícita

También se podría haber calculado la ecuación de la recta mediante un sistema de ecuaciones.

Ejercicio 5

Se ha preguntado a un grupo de 40 personas por su equipo de fútbol preferido. Los resultados vienen dados por la tabla siguiente en la que se han borrado dos casillas, cuyos resultados hemos llamado “x” e “y”.

	VALENCIA	REAL MADRID	BARCELONA
HOMBRES	8	6	4
MUJERES	10	x	y

a) Encuentra los valores, x e y, sabiendo que si elegimos una persona al azar, la probabilidad de que sea mujer y su preferencia sea R. Madrid es 0,125.
b) Si elegimos dos personas al azar, calcula la probabilidad de que ambas sean hombres y aficionados al Valencia.

Solución: Se aplica la regla de Laplace: $P = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ totales} \longrightarrow 0'125 = \frac{x}{40} \longrightarrow \boxed{x = 5}$

Como en total hay 40 personas: $y = 40 - (8 + 6 + 4 + 10 + 5) \longrightarrow \boxed{y = 7}$

La probabilidad de que ambas personas sean hombre y aficionados al Valencia será:

$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{8}{40} \cdot \frac{7}{39} \longrightarrow \boxed{P = \frac{7}{195}}$

La probabilidad de que las dos personas elegidas al azar sean hombres y aficionados del Valencia es 7/195.