El examen del día

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE

GRADO SUPERIOR

COMUNIDAD VALENCIANA

PARTE COMÚN

MATEMÁTICAS

JUNIO 2016

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

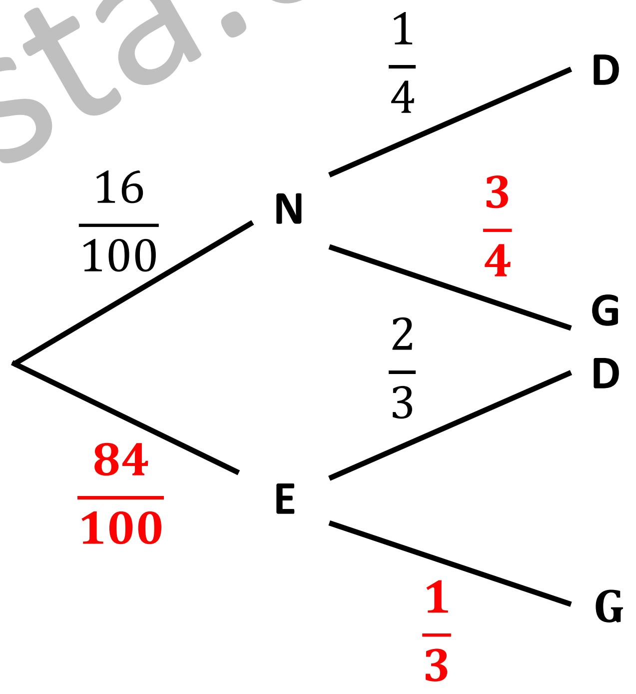
1) Fracciones y Porcentajes.
2) Ecuaciones.
3) Sistemas de ecuaciones.
4) Funciones.
5) Probabilidad.

Ejercicio 1

Una fábrica de coches artesanales destina el 16% de los vehículos producidos al mercado nacional y el resto a la exportación. Uno de cada cuatro coches vendidos en el mercado nacional y dos de cada tres exportados llevan motor de gasóleo y el resto de gasolina. Si un determinado año los coches fabricados con motor de gasolina fueron 78, ¿cuántos coches se fabricaron ese año en total?

Solución:

Planteamos el problema mediante un diagrama de árbol. Es la forma más sencilla de resumir los datos de un problema cuando hay porcentajes o fracciones sucesivas.



El problema nos dice que:

$$\frac{3}{4}\ del\ 16\%\ \text{del total} + \frac{1}{3}\ del\ 84\%\ \ del\ total\ son\ 78\ coches$$

Podemos expresar de forma algebraica:

$$\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{16}{100}+\frac{1}{3}\cdot\frac{84}{100}\right)\cdot x = 78; \text{siendo x el número total de coches}$$

$$\frac{2}{5}\cdot x = 78 \longrightarrow x = \frac{78\cdot 5}{2} = 195$$

Este año se fabricaron 195 coches.

Ejercicio 2

Un tren transporta 560 viajeros que realizan el mismo trayecto. La recaudación del importe de sus billetes asciende a 39.600 €. Calcula cuántos viajeros han pagado el importe total del billete (90 €), cuántos se han beneficiado de un descuento del 50% y cuántos han pagado el 60% del precio del billete, sabiendo que el número de viajeros que ha pagado el billete completo es el triple del que ha pagado el 60% del mismo.

Solución:

El importe total del billete es de 90€.

Los viajeros que tienen un descuento del 50% pagan 45€.

Los viajeros que pagan un 60% del coste del billete pagan 54€. $60\%\ de\ 90 = \frac{60}{100} \cdot 90 = 54$

Las incógnitas del problema serán:

x= nº de viajeros que pagan 90€.

y= nº de viajeros con descuento del 50%.

z= nº de viajeros que pagan el 60%.

"Un tren transporta 560 viajeros": $x + y + z = 560$

"importe de sus billetes asciende a 39.600 €": $90x + 45y + 54z = 39600$

"el número de viajeros que ha pagado el billete completo es el triple del que ha pagado el 60%": $x = 3z$

Ejercicio 2

Con todos los datos anteriormente recogidos, podemos definir un sistema de ecuaciones lineal, que consta de 3 ecuaciones y 3 incógnitas.

$$\begin{cases} x + y + z = 560 \\ 90x + 45y + 54z = 39600 \\ x = 3z \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 3z + y + z = 560 \\ 90 \cdot 3z + 45y + 54z = 39600 \end{cases}$$

En este caso, y dado que hay una incógnita despejada, lo más sencillo es sustituirla en las otras dos ecuaciones. También podría hacer el método de Gauss, pero en este caso no lo haré.

$$\begin{cases} y + 4z = 560 \\ 45y + 324z = 39600 \end{cases} \longrightarrow y = 560 - 4z$$

Despejo y de la primera ecuación. Y sustituyo en la segunda.

$$45 \cdot (560 - 4z) + 324z = 39600 \longrightarrow 25200 - 180z + 324z = 39600$$

$$144z = 14400 \longrightarrow \boxed{z = 100}$$

Calculo y sustituyendo. $y = 560 - 4z \longrightarrow \boxed{y = 560 - 4 \cdot 100 = 160}$

Y calculo x: $x = 3z \longrightarrow \boxed{x = 3 \cdot 100 = 300}$

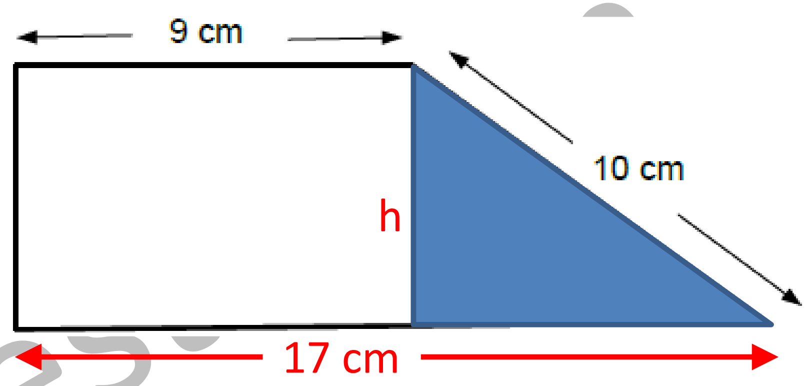
Solución: 300 personas pagan 90€
160 personas pagan 45€
100 personas pagan 54€

Ejercicio 3

Calcula: (redondea las cantidades que obtengas a las unidades)

a) La altura del trapecio.

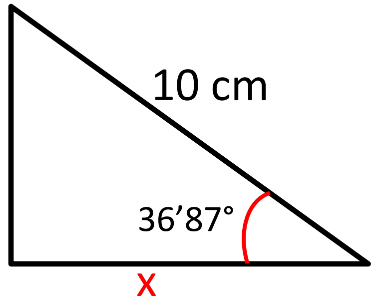
b) La superficie del trapecio.



Solución:

En primer lugar, trazamos la altura del trapecio.

Como disponemos del valor del ángulo y de la hipotenusa, podemos utilizar las razones trigonométricas para calcular los valores de los dos catetos.



Aplico la definición de seno de un ángulo:

$$sen(36'87°) = \frac{h}{10} \longrightarrow h = 10 \cdot sen(36'87°) = 6\ cm$$

La altura del trapecio es de 6 cm.

$$cos(36'87°) = \frac{x}{10} \longrightarrow \mathrm{x} = 10 \cdot cos(36'87°) = 8\ cm$$

Con el valor de la base del triángulo, puedo calcular el valor de la base mayor del trapecio.

Calculo el área del trapecio utilizando la fórmula:

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \longrightarrow A = \frac{(17+9) \cdot 6}{2} = 78\ cm^2$$

El área del trapecio es de 78 cm^2.

Ejercicio 4

Una persona deja una herencia de 240.000 euros y 5 posibles herederos. Es decir, como mínimo habrá un heredero y como máximo 5.

a) Haz una tabla que recoja lo que cobraría cada heredero en función del número total de los mismos.

b) Haz una representación gráfica de los datos de la tabla. ¿Tiene sentido unir con una línea los puntos de la gráfica? Justifica tu respuesta.

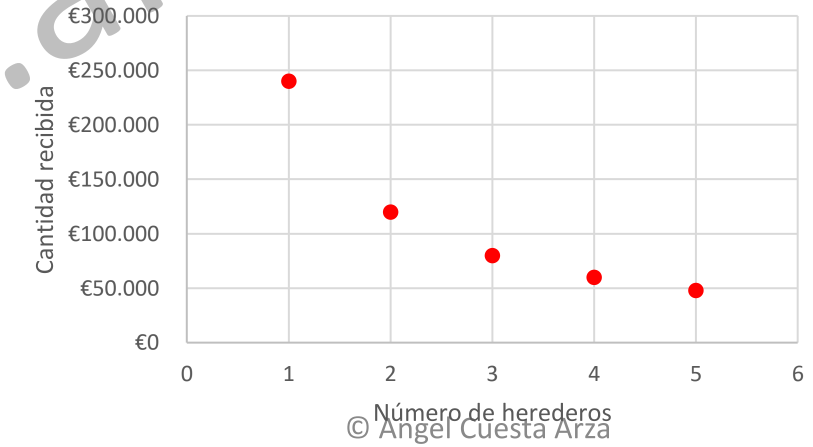
c) Escribe la función que relaciona el dinero que cobraría cada heredero con el número total de los mismos.

Solución: En primer lugar construimos la tabla. Se divide la herencia entre el número de herederos.

La función sería la siguiente:

$$y = \frac{240000}{x}; x = \{1,2,3,4,5\}$$

Número de herederos x	Cantidad recibida y
1	240000 €
2	120000 €
3	80000 €
4	60000 €
5	48000 €



No tiene sentido unir los puntos, ya que el número de herederos debe ser un número entero. No tendría sentido hablar de 1’5 herederos.

Ejercicio 5

Se ha elegido una muestra de viviendas para realizar un estudio sobre la cantidad de metros cúbicos de agua consumidos, durante el verano, en los hogares de un determinado municipio. El resultado viene reflejado en la siguiente tabla:

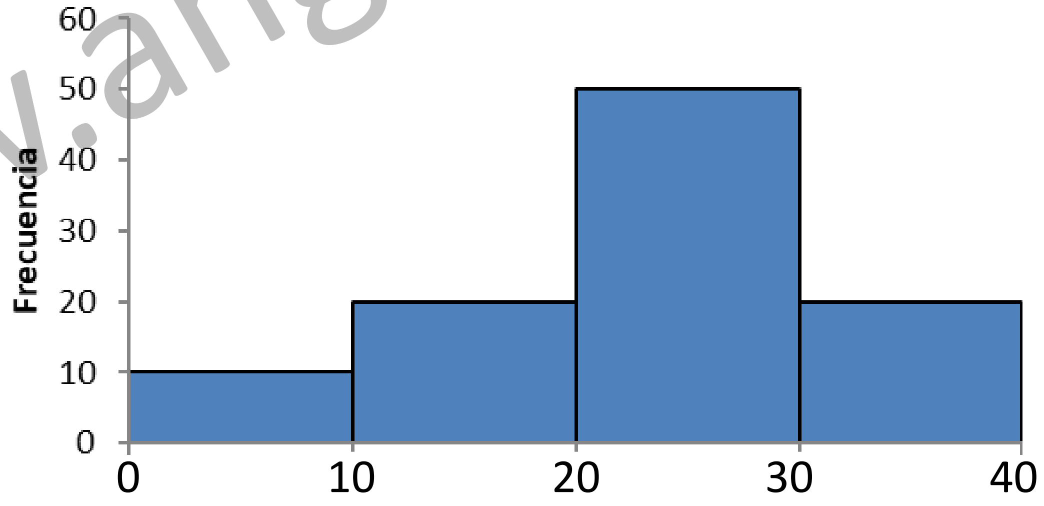
m^3 de agua	[0-10]	[10-20]	[20-30]	[30-40]
nº viviendas	10	20	50	20

a) Dibuja el histograma correspondiente a la tabla anterior.

b) Calcula la media de metros cúbicos consumidos por vivienda.

c) Si escogiéramos de la muestra dos viviendas al azar, ¿cuál sería la probabilidad de que en una hubiesen consumido durante el verano menos de 10 metros cúbicos de agua y en la otra más de 30?

Solución:



Ejercicio 5

m³ de agua	[0-10]	[10-20]	[20-30]	[30-40]
nº viviendas	10	20	50	20

Para calcular la media, se debe construir la tabla de frecuencias utilizando la marca de clase.
La marca de clase es el valor medio de los extremos de cada intervalo.

m^3 de agua x_i	Nº de viviendas f_i	Consumo total $x_i \cdot f_i$
5	10	50
15	20	300
25	50	1250
35	20	700

$$N = \sum f_i = 100 \qquad \sum x_i \cdot f_i = 2300$$

Aplico la fórmula de la media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{2300}{100} = 23$

El consumo medio de agua es de 23 m^3.

b) Calcula la media de metros cúbicos consumidos por vivienda.

Ejercicio 5

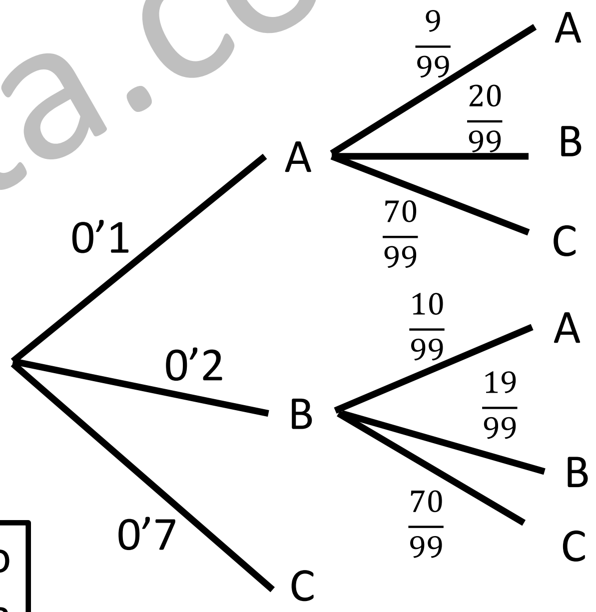
m³ de agua	[0-10]	[10-20]	[20-30]	[30-40]
nº viviendas	10	20	50	20

Definimos los sucesos:

A="En la vivienda se consumen menos de 10 metros cúbicos".

B="En la vivienda se consumen más de 30 metros cúbicos".

C="En la vivienda se consumen entre 10 y 30 metros cúbicos".



La probabilidad pedida será:

$$P = \frac{10}{100} \cdot \frac{20}{99} + \frac{20}{100} \cdot \frac{10}{99} = \frac{4}{99}$$

La probabilidad de que en una casa se hubiesen consumido durante el verano menos de 10 metros cúbicos de agua y en la otra más de 30 será de $\mathbf{\frac{4}{99}}$

c) Si escogiéramos de la muestra dos viviendas al azar, ¿cuál sería la probabilidad de que en una hubiesen consumido durante el verano menos de 10 metros cúbicos de agua y en la otra más de 30?