El examen del día

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE

GRADO SUPERIOR

COMUNIDAD VALENCIANA

PARTE COMÚN

MATEMÁTICAS

JUNIO 2018

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

1) Fracciones y Porcentajes.
2) Ecuaciones.
3) Trigonometría.
4) Funciones.
5) Probabilidad.

Ejercicio 1

En un concesionario de coches hay un cartel que dice: “Oferta de la semana. Sin intereses. Llévese este coche dando una entrada del 25% de su valor y el resto pagando una cuota mensual de 390 euros durante tres años”.

a) Calcula el valor del coche.

b) Manteniendo las mismas condiciones y dando una entrada del 35%, ¿a cuánto ascendería la cuota mensual?

Solución:

Sea x el precio del coche.

Debemos tener en cuenta que en 3 años hay 36 meses.

“entrada del 25% de su valor”: 0’25x

“resto pagando una cuota mensual de 390 euros durante tres años”: 390*36= 14040 €

Se plantea la ecuación con los datos del problema.

$$x = 0'25x + 14040 \longrightarrow 0'75x = 14040 \longrightarrow x = \frac{14040}{0'75} = 18720 \text{ €}$$

El valor del coche es de 18720 €

Ejercicio 1

Si da de entrada el 35% del valor del coche (18720 €), tendrá que pagar a cuotas mensuales el 65% de su valor.

$$65\%\ de\ 18720 = 0'65 * 18720 = 12168\ €\ a\ pagar\ en\ 36\ mensualidades$$

Por lo tanto, deberá pagar cada mensualidad: $\dfrac{12168}{36} = 338\ €$

Si entrega el 35% de entrada, deberá pagar **338 € mensuales** durante 36 meses.

Ejercicio 2

Resuelve la siguiente ecuación: $4\,x^2 - 12 = \dfrac{(5x-3)\cdot(5\,x+3)}{x^2}$

Solución:

Paso multiplicando el factor x^2 ya que está dividendo. $(4\,x^2-12)x^2 = (5x-3)\cdot(5\,x+3)$

Se aplica el producto notable: $(a+b)*(a-b) = a^2 - b^2$ $\quad (4\,x^2-12)x^2 = (5x)^2 - 3^2$

Opero los cuadrados. Cuidado con el término $(5x)^2$ $\quad 4x^4 - 12x^2 = 25x^2 - 9$

Reagrupo los términos. $\quad 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$

Se obtiene una ecuación bicuadrada. Para resolverla se hace un cambio de variable. t= x^2 y t^2= x^4

Así obtenemos una ecuación de segundo grado. $\boxed{4t^2 - 37t + 9 = 0}$

Se resuelve con la fórmula:

$$t = \frac{-(-37) \pm \sqrt{(-37)^2 - 4*4*9}}{2*4} \longrightarrow t = \frac{37 \pm \sqrt{1225}}{8} = \frac{37 \pm 35}{8} \longrightarrow \begin{cases} t_1 = 9 \\ t_2 = 1/4 \end{cases}$$

Para calcular los valores de x, se deshace el cambio resolviendo la ecuación t= x^2; $\boldsymbol{x = \pm\sqrt{t}}$

$$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \longrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = +3 \end{cases}$$

$$x = \pm\sqrt{1/4} = \pm 1/2 \longrightarrow \begin{cases} x_3 = -1/2 \\ x_4 = +1/2 \end{cases}$$

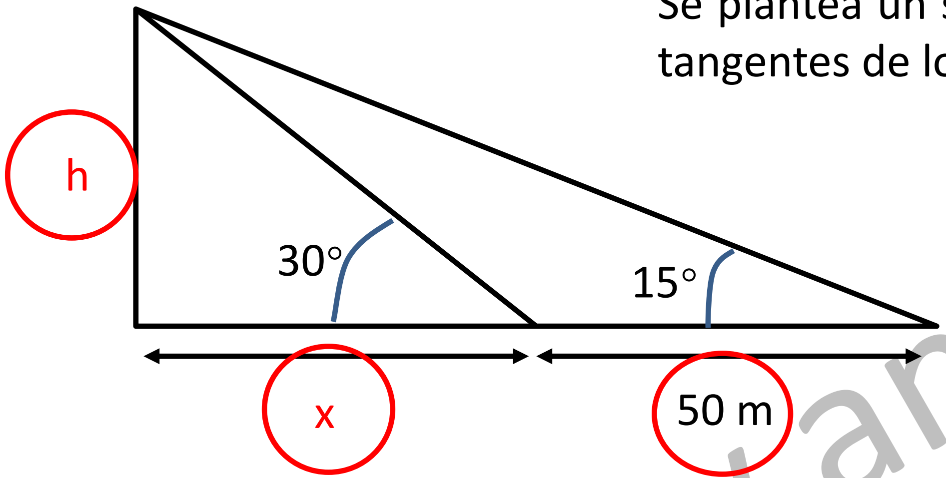
Las soluciones de la ecuación son:

x_1=−3; x_2=3; x_3=−1/2; x_4=1/2

Ejercicio 3

Desde cierto punto del suelo vemos la punta de una antena formando un ángulo de 30º con la horizontal. Si nos alejamos en línea recta 50 metros del citado punto, se ve bajo un ángulo de 15º . Haz un dibujo que represente esta situación y calcula la altura de la torre.

Solución: Este es el típico problema de doble tangente.



Se plantea un sistema de ecuaciones con las dos tangentes de los dos triángulos rectángulos.

$$\begin{cases} \tan(30°) = \dfrac{h}{x} \longrightarrow h = \mathrm{x} * \tan(30°) \\ \tan(15°) = \dfrac{h}{x+50}; \quad h = (\mathrm{x}+50) * \tan(15°) \end{cases}$$

Para resolver el sistema, se despeja h de ambas ecuaciones.

Y se igualan las alturas (método de igualación): $(\mathrm{x}+50) * \tan(15°) = x * tan(30°)$

Ya se puede despejar x, aunque previamente calcularemos los valores de las tangentes con la calculadora.

$$(\mathrm{x}+50) * 0'268 = x * 0'577 \longrightarrow 0'268\mathrm{x} + 13'4 = 0'577x \longrightarrow \boxed{x = 43'37\ m}$$

Y ya se puede calcular h: $h = 43'37 * \tan(30) = 25\ m$

Solución: La altura de la torre es de 25 metros.

Ejercicio 4

Un polideportivo ofrece a sus clientes dos tarifas diferentes, A y B, para acceder a la piscina. En la A se cobra 18 € mensuales fijos más 95 céntimos por cada baño y en la B, 2’15 € por baño.

a) Escribe las funciones que determinan el dinero a pagar cada mes en función de los baños realizados.

b) ¿Cuántos baños hay que realizar en un mes para pagar lo mismo en las dos tarifas? Si una persona quiere pagar lo menos posible, explica razonadamente qué opción ha de elegir según los baños que tiene previsto realizar.

Solución: Llamamos **x** al número de baños realizados en un mes e **y** al coste mensual.

Tarifa A: $y = 18 + 0'95x$ Hay una parte fija y una parte variable.

Tarifa B: $y = 2'15x$ Sólo hay parte variable.

Para pagar lo mismo, el coste mensual de ambas tarifas debe ser el mismo. Por eso se igualan las funciones.

$$18 + 0'95x = 2'15x \longrightarrow 18 = 1'2x \longrightarrow x = \frac{18}{1'2} = 15 \; baños$$

Por lo tanto, si una persona realiza 15 baños, pagará lo mismo en ambas tarifas.

Ejercicio 4

b) Si una persona quiere pagar lo menos posible, explica razonadamente qué opción ha de elegir según los baños que tiene previsto realizar.

Una persona que haga menos de 15 baños, pagará menos en la Tarifa B, ya que esta tarifa no tiene parte fija y sólo se paga por baño. Eso hace que para pocos baños, sea más conveniente, ya que no paga una parte fija.

En cambio, una persona que tome más de 15 baños al mes, pagará menos con la Tarifa A, ya que cada día de baño le sale mucho más barato y conforme aumenta el número de baños, la parte fija es menos importante.

Por todo ello:

La tarifa A es más conveniente si toma más de 15 baños al mes.
La tarifa B es más conveniente si toma menos de 15 años al mes.

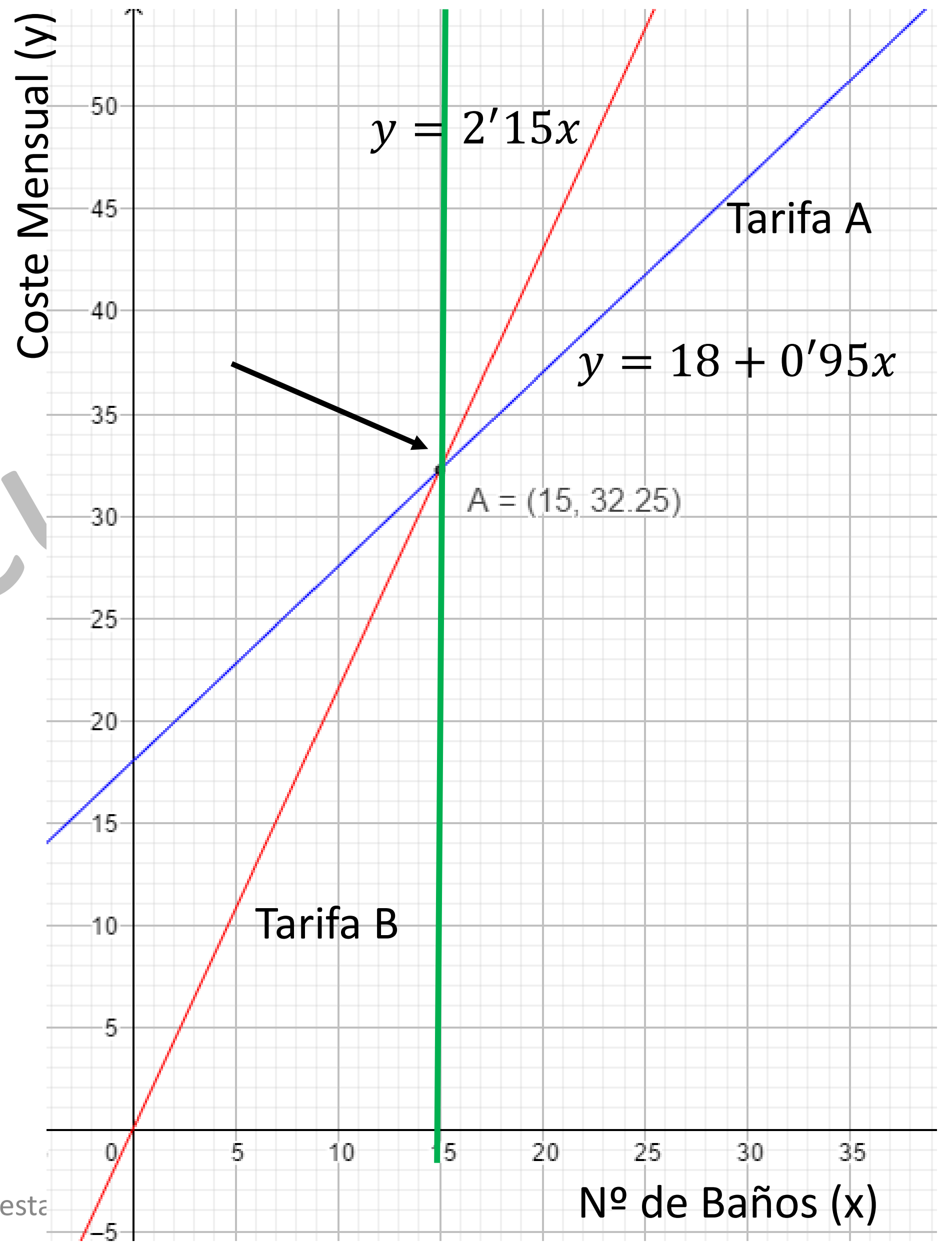
Ejercicio 4

A esta misma conclusión se puede llegar si hacemos un análisis gráfico de la situación.

Representamos en los mismos ejes ambas funciones lineales.

Se puede observar que para menos de 15 baños, el coste es menor para la tarifa B.

Y también que para más de 15 baños, el coste es menor para la tarifa A.



Ejercicio 5

En un pueblo hay dos bandas de música, llamadas respectivamente El Bombo y El Platillo. El 21% de la población es socio de El Bombo, el 15% lo es de El Platillo y el 7% es socio de ambas bandas. Calcula:

a) La probabilidad de que al elegir una persona al azar sea socia de alguna de estas bandas.

b) La probabilidad de que al elegir dos personas al azar ambas sean socias de la banda El Platillo.

Solución:

Definimos los sucesos que contempla el ejercicio:

B=Ser socio de “El Bombo” ; P=Ser socio del “El Platillo”

Tomamos los datos del enunciado:

“El 21% de la población es socio de El Bombo”: P(B)=0’21

“El 15% de la población es socio de El Platillo”: P(P)=0’15

“El 7% es socio de ambas bandas”: P(B∩P)=0’07

Este apartado también se podría haber resuelto con una tabla de contingencia o con un diagrama de Venn

Como nos están pidiendo la probabilidad de B∪P, podemos utilizar la fórmula:

$$P(B \cup P) = P(B) + P(P) - P(B \cap P) \longrightarrow P(B \cup P) = 0'21 + 0'15 - 0'07 = 0'29$$

La probabilidad de que al elegir una persona al azar sea socia de alguna de estas bandas es de **0’29**.

Ejercicio 5

b) La probabilidad de que al elegir dos personas al azar ambas sean socias de la banda El Platillo.

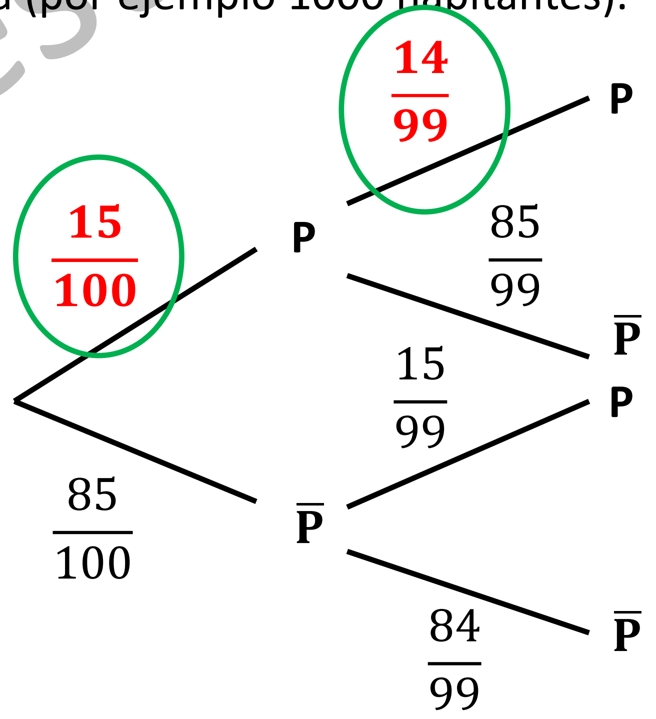
En este caso, lo más sencillo es construir un diagrama de árbol que nos muestre el espacio muestral y las probabilidades de cada posible resultado del experimento.

Además como no nos indica la población del pueblo, supondremos que hay 100 habitantes. Es importante aclarar en el examen esta suposición, ya que el resultado del ejercicio no será el mismo si la población fuera distinta (por ejemplo 1000 habitantes).

Aunque no es necesario, he representado el árbol completo de probabilidad. Bastaría con representar la parte que está en rojo.

La probabilidad sería en este caso:

P=$\frac{15}{100} * \frac{14}{99} = 0'021$



La probabilidad pedida es **0'021**.

Si hubiéramos supuesto 1000 habitantes:

P=$\frac{150}{1000} * \frac{149}{999} = 0'022$

Que es un resultado ligeramente diferente.