El examen del día

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

PARTE COMÚN

MATEMÁTICAS

JUNIO 2019

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

1) Ecuaciones Logarítmicas.
2) Fracciones y Porcentajes.
3) Trigonometría.
4) Funciones.
5) Probabilidad.

Ejercicio 1

Resuelve la siguiente ecuación, utilizando previamente las propiedades de los logaritmos:

$$\log(11x^2 - 4) - \log 2 = 2\log x$$

Solución:

En primer lugar agrupo los logaritmos aplicando sus propiedades.

$$log\left(\frac{11x^2 - 4}{2}\right) = log(x^2) \qquad \log A - \log B = \log\left(\frac{A}{B}\right) \qquad A * \log B = \log(B)^A$$

Dos logaritmos son iguales cuando las expresiones de su interior son iguales, por ello puedo escribir.

$$\left(\frac{11x^2 - 4}{2}\right) = x^2 \longrightarrow 11x^2 - 4 = 2x^2 \longrightarrow 9x^2 = 4 \longrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$$

Hay que comprobar las soluciones:

$$\log\left[11 * \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\right] - \log 2 = 2\log\left(\frac{2}{3}\right) \longrightarrow$$ –0’352183=–0’352183 **Solución válida.**

$$\log\left[11 * \left(\frac{-2}{3}\right)^2 - 4\right] - \log 2 = 2\log\left(\frac{-2}{3}\right) \longrightarrow$$ No existe el logaritmo de un número negativo

Solución: x=2/3

Ejercicio 2

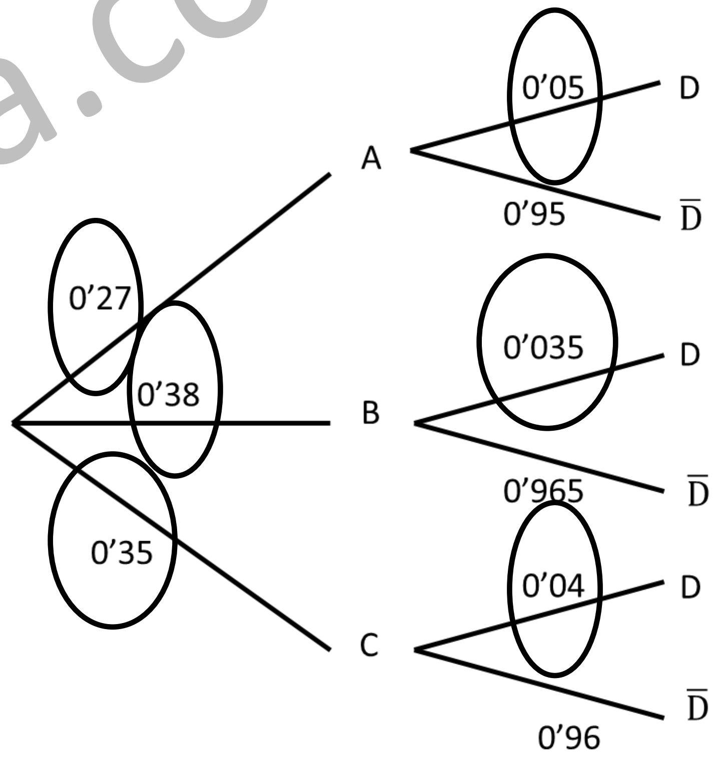
Una empresa conservera posee tres factorías (A, B y C) que se reparten la producción total en un 27%, 38% y 35% respectivamente. En la primera factoría 1/20 de los envases son defectuosos; en la segunda lo son 7/200 de los producidos y en la tercera el 4%. Si sabemos que en una semana han sido desechados, por defectuosos, 408 envases en total, ¿cuántos envases produjo la empresa esa semana?

Solución:

Se plantea un árbol de probabilidad.

Se calcula la probabilidad de que un envase haya sido desechado por defectuoso.

P(D)=0’27*0’05+0’38*0’035+0’35*0’04=0’0408



Es decir, se han desechado el 4’08% de los envases.

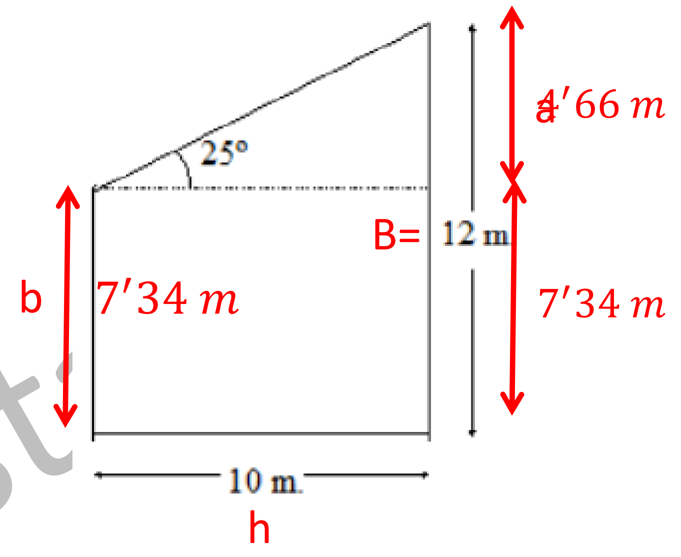
Para calcular el número total de envases: $\% = \dfrac{Cantidad\ desechada}{Cantidad\ total} * 100$

$4'08 = \dfrac{408}{Cantidad\ total} * 100$ ⟶ Cantidad total=10000 envases

Solución: La empresa produjo esa semana **10000 envases.**

Ejercicio 3

a) Para encerrar un rebaño de ovejas, un pastor compra un terreno con las formas del dibujo. Para pedir el permiso necesario para la construcción del corral, ha de enviar una solicitud que incluya los metros cuadrados del terreno. **Calcula dicho valor.**



b) Obviamente, para que no se le escape el ganado, ha de vallar el perímetro del terreno. ¿Cuántos metros de tela metálica necesitará?

Solución:

Primero calculo la altura del triángulo mediante trigonometría.

$$tan\ 25° = \frac{a}{10} \longrightarrow \text{a} = 10 * tan\ 25° = 4'66\ m$$

Ahora puedo calcular la altura del rectángulo: $b = 12 - 4'66 = 7'34\ m$

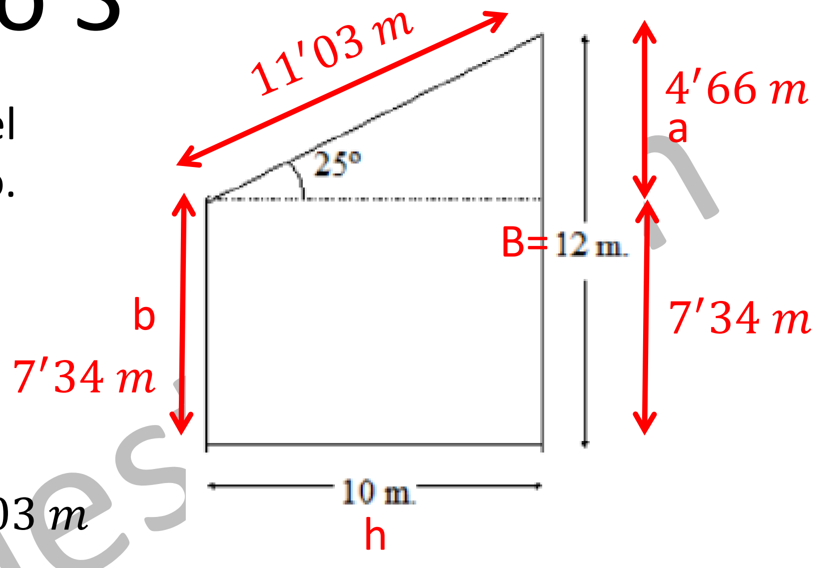
Calculo el área de la parcela con la fórmula del área de un trapecio.

$$A = \frac{(B+b)*h}{2} = \frac{(12+7'34)*10}{2} = 96'7\ m^2$$

$\boxed{\textbf{Solución: } \text{El terreno tiene un área de } 96'7\ m^2}$

Ejercicio 3

b) Obviamente, para que no se le escape el ganado, ha de vallar el perímetro del terreno. ¿Cuántos metros de tela metálica necesitará?



Se debe calcular la hipotenusa del triángulo.

$$sen\ 25° = \frac{4'66}{hip} \longrightarrow hip = \frac{466}{sen\ 25°} = 11'03\ m$$

Y se calcula el perímetro como suma de todos los lados.

$$Perímetro = b + h + B + hip = 7'34 + 10 + 12 + 11'03 = 40'37\ m$$

Solución: Necesitará 40’37 metros de tela metálica.

Ejercicio 4

Los ingresos y los costes, en millones, de una empresa vienen dados por la función $I(x)=20x^2+7x+30$ y la función $C(x) = 21x^2-2x+44$, respectivamente, donde x son miles de unidades producidas y vendidas; esto es, x=1 significa 1 000 unidades. Halla:

a) La función B(x) que da el beneficio (Ingresos – Costes) y las unidades que hay que producir y vender para que el beneficio sea lo más grande posible.

b) Las unidades que hay que producir y vender para que la empresa ni gane ni pierda dinero.

Solución: La función B(x) será: $B(x)= 20x^2+7x+30-(21x^2-2x+44)=-x^2+9x-14$

Como la función B(x) es una función cuadrática cuyo primer término es negativo, tendrá su máximo en el vértice.

Calculo el vértice: $v=\frac{-b}{2a}=\frac{-9}{2*(-1)}=4'5$

Debe fabricar 4500 unidades.

Para que la empresa ni gane ni pierda dinero, el beneficio debe ser igual a CERO.

Se plantea y resuelve la ecuación de segundo grado:

$$-x^2+9x-14=0 \longrightarrow x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4*(-1)*(-14)}}{2*(-1)} \longrightarrow x=2\ y\ x=7$$

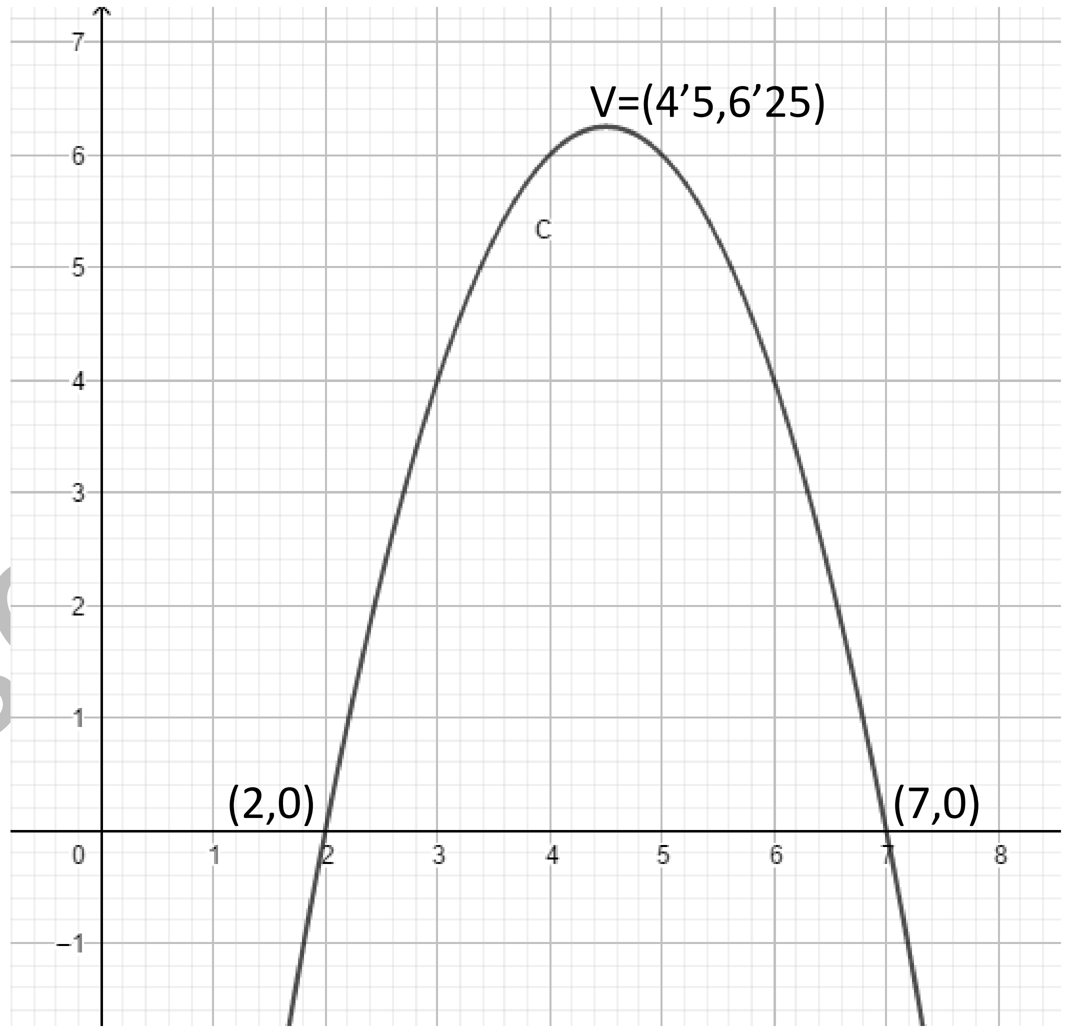
Debe fabricar 2000 unidades o 7000 unidades.

Ejercicio 4

Esta sería la gráfica de la función beneficio.

Podemos observar en ella el vértice y los puntos de corte con los ejes.

Los beneficios se obtienen fabricando más de 2000 unidades y menos de 7000.

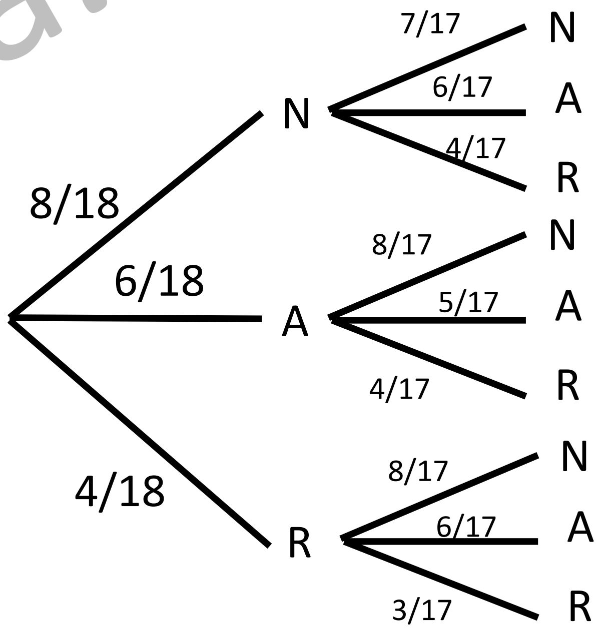


Ejercicio 5

Una persona despistada tiene ocho calcetines negros, seis azules y cuatro rojos, todos ellos sueltos en un cajón. Un día, con mucha prisa y las luces apagadas, elige dos calcetines al azar y se los pone. Halla la probabilidad de que:

a) Los dos calcetines sean del mismo color.

b) Al menos uno de ellos sea rojo.



Solución:

Calculo la probabilidad de que sean del mismo color:

$$P(Mismo\ Color) = \frac{8}{18} * \frac{7}{17} + \frac{6}{18} * \frac{5}{17} + \frac{4}{18} * \frac{3}{17} = \boxed{\frac{49}{153}}$$

Calculo la probabilidad de que al menos una sea roja:

$$P(Al\ menos\ una\ roja) = \frac{8}{18} * \frac{4}{17} + \frac{6}{18} * \frac{4}{17} + \frac{4}{18} = \boxed{\frac{62}{153}}$$