PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

COMUNIDAD VALENCIANA

MATEMÁTICAS

JULIO 2020

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Teorema del resto.

Aumentos porcentuales.

Ecuación irracional.

Geometría. Rectas.

Función cuadrática. Problema.

Estadística unidimensional.

Probabilidad.

Ejercicio 1

Contesta las siguientes preguntas:

a) Si el polinomio $P(x)=2x^3-5x^2+mx-4$ es divisible por $x-2$. ¿Cuál es el valor de m?

El ejercicio se puede resolver aplicando Ruffini o el Teorema de Resto. Yo utilizaré éste último.

El **teorema del resto** dice: Si dividimos un polinomio P(x) entre el binomio (x-a), el resto de la división es igual al valor numérico del polinomio P(a)

Lo aplicamos en este caso concreto. Al ser divisible entre $x-2$, $P(2)=0$

$P(2)=2\cdot2^3-5\cdot2^2+m\cdot2-4=0 \longrightarrow 16-20+2m-4=0 \longrightarrow 2m=8 \longrightarrow$ **m= 4** $\boxed{\text{El valor de } \mathbf{m\ es\ 4}.}$

b) Sobre el precio base que tiene un menú en la carta de un restaurante, me han añadido un 10% de IVA y me han aplicado posteriormente un bono de descuento de un 15%. Si finalmente me han cobrado 54,23€, ¿qué precio tenía el menú en la carta?

Se aplica la fórmula de los porcentajes sucesivos.

$$P_f = P_i \cdot \left(1+\frac{\%\,(IVA)}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{\%\,(desc)}{100}\right) \longrightarrow 54'23 = P_i \cdot \left(1+\frac{10}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{15}{100}\right) \longrightarrow 54'23 = P_i \cdot 1'1 \cdot 0'85$$

$$P_i = \frac{54'23}{1'1\cdot 0'85} = \mathbf{58}$$

$\boxed{\text{El precio del menú era de } \mathbf{58\ €.}}$

Ejercicio 2

Resuelve razonadamente la siguiente ecuación: $x+\sqrt{2+x}=10$

Solución:

Es una ecuación irracional. Primero aislamos la raíz y después elevamos al cuadrado los dos términos.

$$\sqrt{2+x}=10-x \longrightarrow \left(\sqrt{2+x}\right)^2=(10-x)^2 \longrightarrow 2+x=100-20x+x^2 \longrightarrow x^2-21x+98=0$$

Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$x=\frac{-(-21)\pm\sqrt{(-21)^2-4\cdot 1\cdot 98}}{2\cdot 1} \longrightarrow x=\frac{21\pm\sqrt{49}}{2} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_1}=\dfrac{21+7}{2}=\mathbf{14} \\ \boldsymbol{x_2}=\dfrac{21-7}{2}=\mathbf{7} \end{cases}$$

Debemos comprobar si las soluciones son válidas. Para ello sustituimos en la ecuación original.

$\boldsymbol{x_1}=\mathbf{14} \longrightarrow 14+\sqrt{2+14}=10 \longrightarrow 18=10$ Llegamos a un absurdo. La solución $\boldsymbol{x_1}=\mathbf{14}$ NO ES VÁLIDA.

$\boldsymbol{x_2}=\mathbf{7} \longrightarrow 7+\sqrt{2+7}=10 \longrightarrow 10=10$ La solución $\boldsymbol{x_2}=\mathbf{7}$ SI ES VÁLIDA.

La solución de la ecuación es **x=7.**

Ejercicio 3

Considera la recta r: 4x–2y+1=0

a) Calcula la pendiente de r y su inclinación (ángulo que forma la recta con el eje OX)

b) Calcula la ecuación de la recta paralela a r que pasa por el punto P(1, 5)

Solución:

La pendiente de una recta expresada en forma general, Ax+By+C=0 se obtiene con la fórmula: $m = -\frac{A}{B}$

En este caso, A=4; B=−2; C=1

Calculo de forma directa la pendiente. $m = -\frac{4}{-2} = 2$

El valor de la pendiente es **m=2.**

El ángulo con el eje X se calcula con la fórmula: $m = \tan(\alpha) \longrightarrow 2 = \tan(\alpha) \longrightarrow \alpha = 63'43°$

El valor del ángulo que forman la recta y el eje OX es **63’43°**

Al ser la recta paralela, debemos mantener los coeficientes A y B:

La ecuación de la recta será: 4x – 2y + C = 0

Se sustituye el punto P en la recta para calcular C: 4·1–2·5+C=0 $\longrightarrow$ C=6

La ecuación de la recta será: **s: 4x–2y+6=0**

Ejercicio 4

Una empresa ha comprobado que, siguiendo una determinada campaña de promoción de un producto comercial, obtiene unos beneficios que vienen dados por la función:

$$f(x) = 18x - x^2$$

donde x es el gasto en promoción (x se expresa en miles de euros y 0 ≤x≤18, f(x) también en miles de euros).

a) Si el gasto en promoción es de 6 000 €, ¿a cuánto ascienden los beneficios?

b) Si queremos que los beneficios sean de 8 750 €, ¿Cuánto dinero debe gastarse en promoción?

c) ¿Cuánto debe gastarse en promoción para obtener un beneficio máximo?

Solución:

Se sustituye x por 6: $f(6) = 18 \cdot 6 - 6^2 = 72.$ $\boxed{\text{El beneficio asciende a 72.000 €.}}$

Se sustituye f(x) por 8'75: $8'75 = 18x - x^2 \longrightarrow x^2 - 18x + 8'75 = 0$

Y se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8'75}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{289}}{2} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_1} = \dfrac{18+17}{2} = \mathbf{17'5} \\ \boldsymbol{x_2} = \dfrac{18-17}{2} = \mathbf{0'5} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Deberemos gastar en la promoción o } \textbf{500€ o 17.500€}.}$

Ejercicio 4

Una empresa ha comprobado que, siguiendo una determinada campaña de promoción de un producto comercial, obtiene unos beneficios que vienen dados por la función:

$$f(x) = 18x - x^2$$

c) ¿Cuánto debe gastarse en promoción para obtener un beneficio máximo?

Solución:

Puesto que el coeficiente del término cuadrático es negativo, la forma de la función es de parábola invertida. Por ello el máximo se encuentra en el vértice de la parábola.

Calculo el vértice: $$v = \frac{-b}{2a} = \frac{-18}{2 \cdot (-1)} = 9$$

$\boxed{\text{Debe invertir 9000 € para obtener el máximo beneficio.}}$

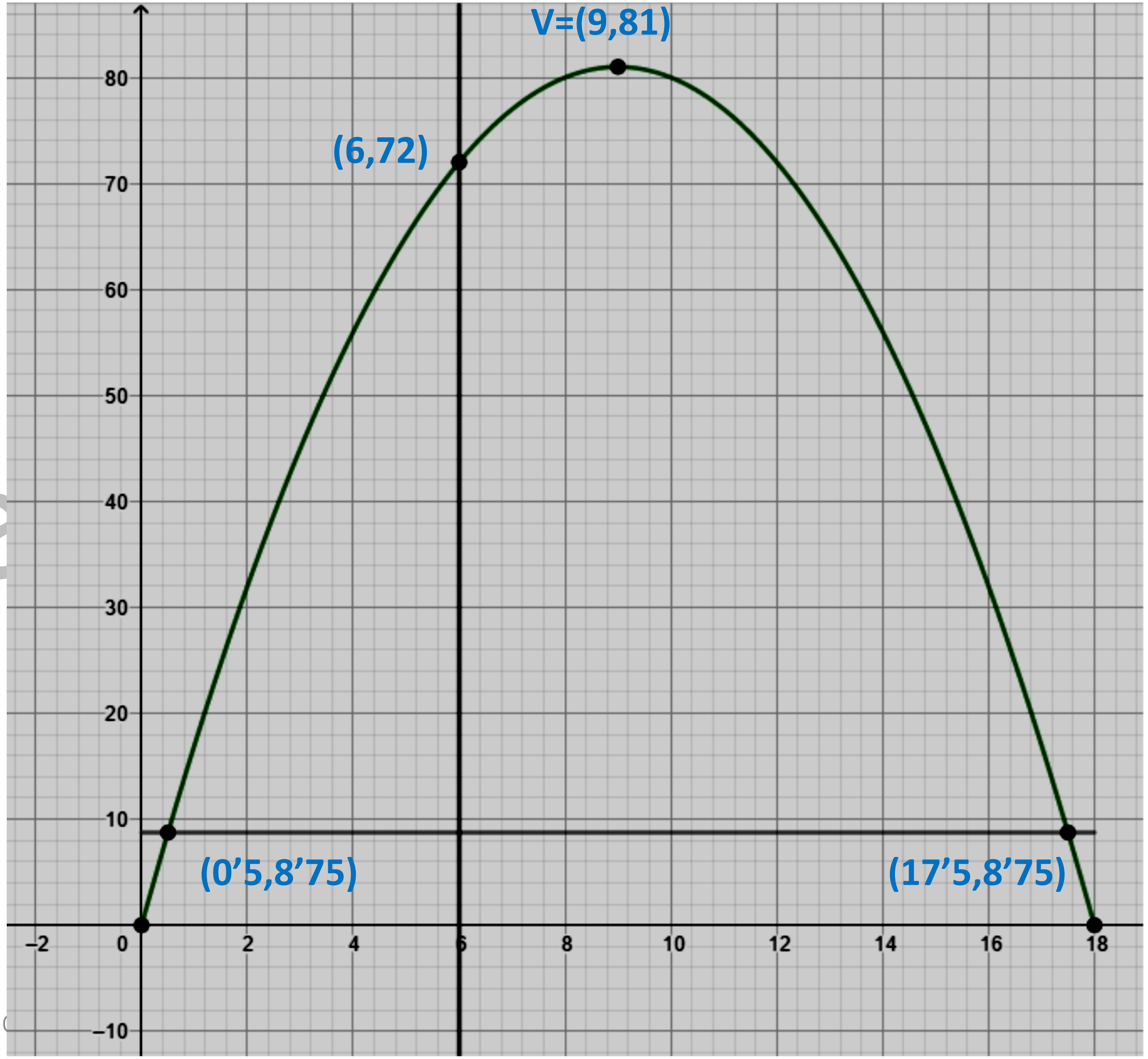
BONUS

Esta sería la gráfica de la función beneficio.

Podemos observar en la gráfica la solución al apartado a). **(6,72)**

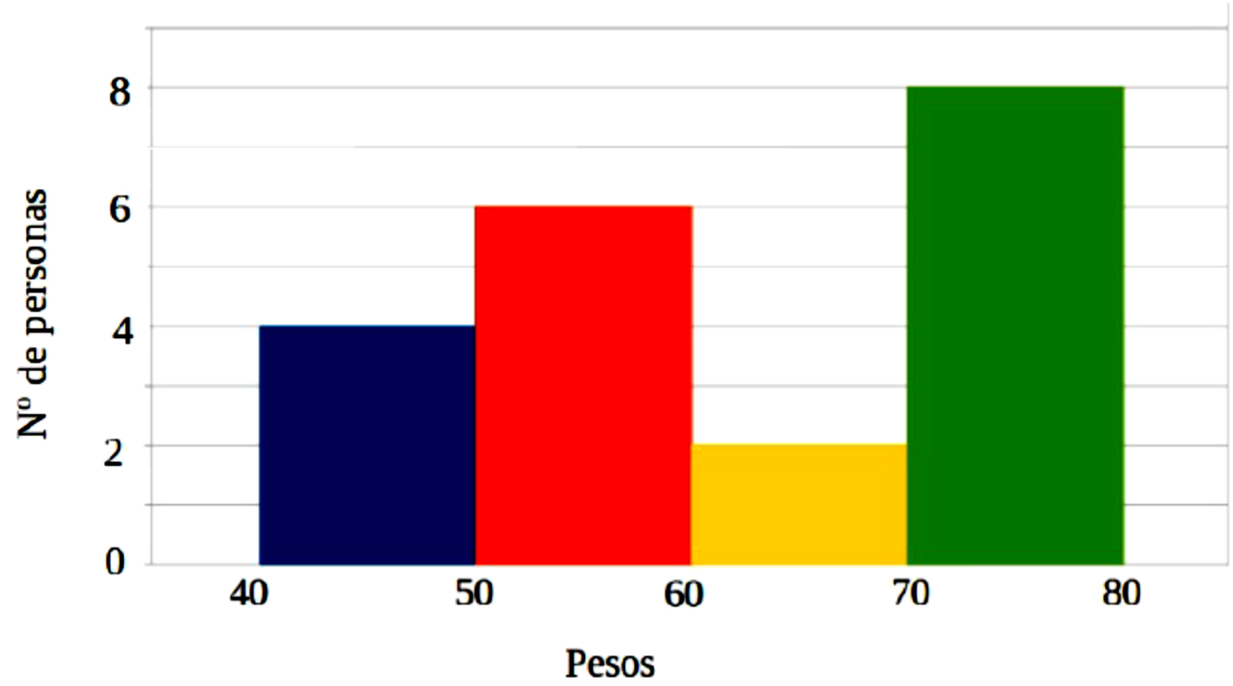
La inversión para obtener 8750 € de beneficio. **(0’5,8’75) y (17’5,8’75).**

El vértice está situado en **(9,81).**



Ejercicio 5

El siguiente histograma muestra la distribución de pesos (en Kg) de un grupo de personas agrupados por intervalos.



a) Calcula la media aritmética de los pesos

Solución:

Debemos calcular la marca de clase de cada intervalo. En este caso es la media de cada intervalo, por ello las marcas de clase serán **45,55,65 y 75**.

Se calcula la media a partir de las marcas de clase y las frecuencias absolutas.

Marca de clase x_i	Frecuencia f_i	$x_i \cdot f_i$
45	4	180
55	6	330
65	2	130
75	8	600
TOTAL:	**20**	**1240**

Se aplica la fórmula:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{1240}{20} = \boxed{\mathbf{62\ kg}}$$

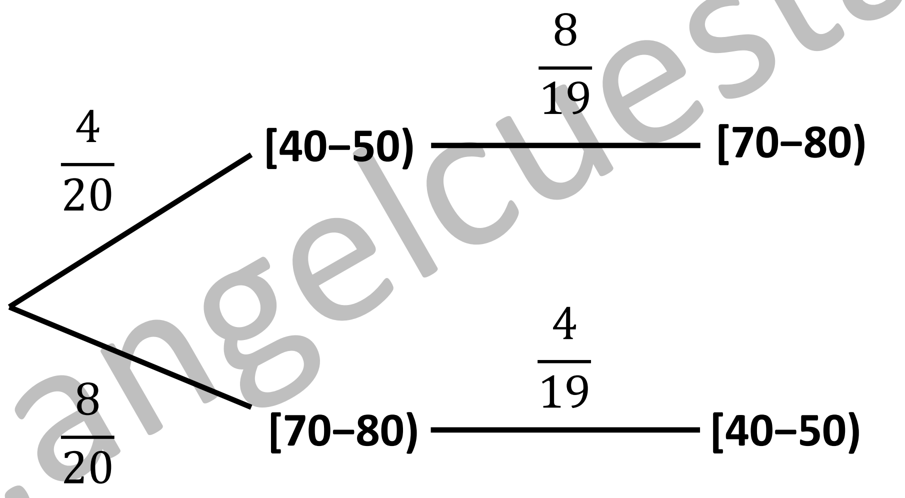
Ejercicio 5

b) Si seleccionamos al azar 2 personas de este grupo, calcula la probabilidad de que una de ellas se encuentre en el primer intervalo de pesos y la otra en el último

Solución:

Calcularemos la probabilidad a partir de la tabla de frecuencias y la ley de Laplace. Mediante un diagrama de árbol se describe el espacio muestral. Se omiten por comodidad las ramas que no participan en el apartado.

Pesos x_i	**Frecuencia** f_i
[40–50)	4
[50–60)	6
[60–70)	2
[70–80)	8



Se aplica el principio de multiplicación para calcular la probabilidad.

$$P = \frac{4}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{64}{380} = \mathbf{\frac{16}{95}}$$

La probabilidad de que una de ellas se encuentre en el primer intervalo de pesos y la otra en el último es **16/95.**