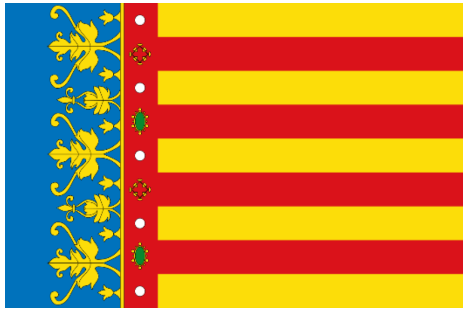
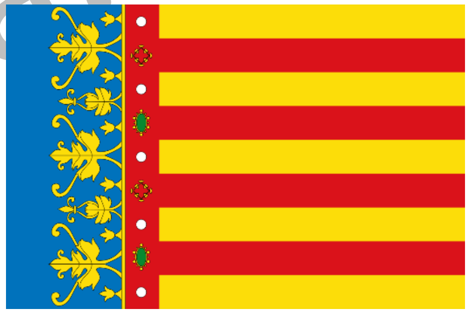
PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

MAYO 2021

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Problema de ecuaciones.

Ecuación irracional.

Geometría. Rectas y Puntos.

Función cuadrática. Problema.

Estadística unidimensional.

Probabilidad.

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.

Aprende a estudiar.

Ejercicios de estadística resueltos.

Exámenes de años anteriores.

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Ejercicio 1

Durante una campaña electoral en la que concurren tres únicos partidos, los informativos de la televisión pública han dedicado 2/7 del tiempo total dedicado a la campaña a informar sobre el partido A, 1/5 del tiempo restante a informar sobre el partido B y 96 minutos a informar sobre el partido C. ¿Cuántas horas y minutos dedicaron en total a la campaña?

Solución:

Se define la incógnita: x = tiempo total dedicado a la campaña (en minutos).

Se traduce al lenguaje algebraico.

"los informativos de la televisión pública han dedicado 2/7 del tiempo total dedicado a la campaña a informar sobre el partido A" $\longrightarrow \frac{2}{7}\cdot x$

"1/5 del tiempo restante a informar sobre el partido B" $\longrightarrow \frac{1}{5}\cdot\frac{5}{7}\cdot x$

"96 minutos a informar sobre el partido C". $\longrightarrow \frac{2}{7}\cdot x+\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{7}\cdot x+\mathbf{96}=x$

Realizamos los productos de la ecuación y resolvemos: $\frac{2x}{7}+\frac{x}{7}+96=x \longrightarrow \frac{2x+x+672}{7}=\frac{7x}{7} \longrightarrow 4x=672 \longrightarrow x=168$

Se dedicaron en total a la campaña 168 minutos, que son **2 horas y 48 minutos**.

Ejercicio 2

Resuelve la siguiente ecuación: $\sqrt{x^2+12}-x^2=0$

Solución:

Es una ecuación irracional. Primero aislamos la raíz y después elevamos al cuadrado los dos términos.

$$\sqrt{x^2+12}=x^2 \longrightarrow \left(\sqrt{x^2+12}\right)^2=(x^2)^2 \longrightarrow x^2+12=x^4 \longrightarrow -x^4+x^2+12=0 \longrightarrow -t^2+t+12=0$$

La ecuación obtenida es bicuadrada. Para poder resolverla, haré un cambio de variable. $t=x^2\,;t^2=x^4$

Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$t=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 12}}{2\cdot(-1)} \longrightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{-2} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{t_1}=\dfrac{-1+7}{-2}=\boldsymbol{-3} \\ \boldsymbol{t_2}=\dfrac{-1-7}{-2}=\boldsymbol{4} \end{cases}$$

Se deshace el cambio para calcular los posibles valores de x.

$$t=x^2=-3 \longrightarrow x=\pm\sqrt{-3};\, que\ es\ un\ valor\ que\ no\ pertecene\ a\ los\ número\ reales.$$

$$t=x^2=4 \longrightarrow x=\pm\sqrt{4}; \longrightarrow x=\pm 2; \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_1=-2} \\ \boldsymbol{x_2=2} \end{cases}$$

OJO: Todavía no termina el ejercicio, hay que comprobar la validez de las soluciones obtenidas.

Ejercicio 2

Resuelve la siguiente ecuación: $\sqrt{x^2+12}-x^2=0$ $\begin{cases} \boldsymbol{x_1=-2} \\ \boldsymbol{x_2=2} \end{cases}$

Solución:

Debemos comprobar si las soluciones son válidas. Para ello sustituimos en la ecuación original.

$\boldsymbol{x_1=-2} \longrightarrow \sqrt{(-2)^2+12}-(-2)^2=0 \longrightarrow 0=0$ La solución $\boldsymbol{x_1=-2}$ SI ES VÁLIDA.

$\boldsymbol{x_2=2} \longrightarrow \sqrt{2^2+12}-2^2=0 \longrightarrow 0=0$ La solución $\boldsymbol{x_2=2}$ SI ES VÁLIDA.

Las soluciones de la ecuación son: $\boldsymbol{x_1=-2}$ y $\boldsymbol{x_2=2}$.

Ejercicio 3

En un plano con un sistema de referencia cartesiano (con ejes de coordenadas perpendiculares), cuyas unidades vienen expresadas en km, viene dibujado un tramo recto de una carretera que se va a asfaltar entre los puntos A(6, −2) y B(9, 13).

a) Obtén la ecuación de la recta que pasa por A y B.

Calculo la ecuación de la recta utilizando la ecuación punto-pendiente. $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

Se calcula la pendiente a partir de su fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{13 - (-2)}{9 - 6} = \frac{15}{3} = 5$$

La pendiente de la recta es 5.

Sustituyendo uno de los dos puntos en la ecuación punto-pendiente:

$$y - 13 = 5 \cdot (x - 9) \longrightarrow y - 13 = 5x - 45 \longrightarrow \boxed{y = 5x - 32}$$

b) Calcula los kilómetros de carretera que van a asfaltarse.

La distancia entre dos puntos se calcula como el módulo del vector que definen.

Calculo el vector: $\overrightarrow{AB} = B - A = (9,13) - (6,-2) = (3,15)$

Y su módulo: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{3^2 + 15^2} = \sqrt{234} \approx 15'30\ km$

La distancia entre los puntos A y B es **15’30 km**.

Ejercicio 3

En un plano con un sistema de referencia cartesiano (con ejes de coordenadas perpendiculares), cuyas unidades vienen expresadas en km, viene dibujado un tramo recto de una carretera que se va a asfaltar entre los puntos A(6, −2) y B(9, 13).

c) El tramo recto que se va a asfaltar es atravesado por otro tramo recto de otra carretera cuya ecuación es: 2x + y = 24. Averigua las coordenadas del punto de corte de ambas carreteras.

El punto de corte de ambas carreteras lo debemos calcular resolviendo el sistema de ecuaciones que forman las ecuaciones de ambas rectas. Lo resolveré utilizando el método de igualación.

$$\begin{cases} y = 5x - 32 \\ 2x + y = 24 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} y = 5x - 32 \\ y = -2x + 24 \end{cases} \longrightarrow 5x - 32 = -2x + 24 \longrightarrow 7x = 56 \longrightarrow x = \frac{56}{7} = 8$$

Calculo el valor de y sustituyendo en una de las dos ecuaciones. $y = 5x - 32 = 5 \cdot 8 - 32 = 8$

$\boxed{\text{Las dos rectas se intersectan en el punto } \mathbf{(8,8)}.}$

Ejercicio 4

La siguiente función expresa el beneficio de una empresa, en miles de euros, en función del dinero (x) invertido en publicidad, también en miles de euros:

$$f(x) = -3x^2 + 90x; \quad 0 < x < 30$$

Calcula:

a) El beneficio cuando el gasto en publicidad es de 2 000 €.

Se sustituye en la función el valor de x igual a 2. Debemos tener en cuenta que el dinero invertido en publicidad se expresa en miles de euros, por eso, 2000 euros equivale a 2 cuando lo ponemos en la función dada.

$$f(2) = -3 \cdot 2^2 + 90 \cdot 2 = 168$$

El beneficio será de **168.000 euros**.

Recuerda que los beneficios también se expresan en miles de euros.

b) El gasto en publicidad cuando los beneficios son de 648 000 €.

Se sustituye en la función el valor de f(x) igual a 648. $648 = -3x^2 + 90x \longrightarrow 3x^2 - 90x + 648 = 0$

Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-(-90) \pm \sqrt{(-90)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 648}}{2 \cdot 3} \longrightarrow x = \frac{90 \pm \sqrt{324}}{6} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_1} = \dfrac{90+18}{6} = \mathbf{18} \\ \boldsymbol{x_2} = \dfrac{90-18}{6} = \mathbf{12} \end{cases}$$

Habrá invertido **12.000 o 18.000** euros.

Ejercicio 4

La siguiente función expresa el beneficio de una empresa, en miles de euros, en función del dinero (x) invertido en publicidad, también en miles de euros:

$$f(x) = -3x^2 + 90x; \quad 0 < x < 30$$

c) El dinero que ha de invertirse en publicidad para que el beneficio sea máximo.

Puesto que el coeficiente del término cuadrático es negativo, la forma de la función es de parábola invertida. Por ello el máximo se encuentra en el vértice de la parábola.

Calculo el vértice: $v = \frac{-b}{2a} = \frac{-90}{2 \cdot (-3)} = 15$

Debe invertir **15.000 €** para obtener el máximo beneficio.

Ejercicio 5

La siguiente tabla muestra la calificaciones de un grupo de opositores en su primer examen:

Notas	**0**	**1**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
N.º opositores	**1**	**3**	**6**	**4**	**10**	**1**	**8**	**7**	**6**	**4**

a) Obtén la mediana de las notas.

La mediana es el dato central de la distribución de datos. Si el número de datos es par (como es en este caso), la mediana se calcula haciendo la media de los dos datos centrales. Se añade a la tabla una columna con los términos de la frecuencia acumulada.

NOTAS	Nº opositores	Frecuencia acumulada
0	1	**1**
1	3	**4**
3	6	**10**
4	4	**14**
5	10	**24**
6	1	**25**
7	8	**33**
8	7	**40**
9	6	**46**
10	4	**50**

Como hay 50 valores, la mediana es la media aritmética entre el dato 25 y 26.

Podemos observar que $x_{25}=6$ y que $x_{26}=7$.

Por lo tanto la mediana vale:

$$Me = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{6+7}{2} = \mathbf{6'5}$$

El valor de la mediana es **6'5**

Ejercicio 5

La siguiente tabla muestra la calificaciones de un grupo de opositores en su primer examen:

Notas	0	1	3	4	5	6	7	8	9	10
N.º opositores	1	3	6	4	10	1	8	7	6	4

b) Si elegimos dos alumnos al azar, calcula la probabilidad de que ambos hayan sacado menos de un 5.

Se debe aplicar la regla de Laplace y el principio de multiplicación. Debemos tener en cuenta que en total hay 14 opositores con menos de un 5 en su nota.

$$P(Ambos\ menos\ de\ un\ 5) = \frac{14}{50} \cdot \frac{13}{49} = \mathbf{\frac{13}{175}} \approx \mathbf{0'074}$$

La probabilidad es **13/175**.